DÉPARTEMENT DES SCIENCES ÉCONOMIQUES
FACULTÉ DES ARTS ET SCIENCES
UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

Rapport de recherche

MODÈLE THÉORIQUE SUR LA PARTICIPATION DES CHERCHEURS AUX CONFÉRENCES

Par Sébastien PAQUET-POIRIER

Présenté à
M. Lars H. EHLERS
M. Yves SPRUMONT

Université de Montréal
Le 1er décembre 2005

TABLE DES MATIÈRES

<u>SOMMAIRE</u>

Le présent papier modélise les incitations qu'ont les chercheurs académiques à participer à une conférence. On pose que les chercheurs maximisent l'ensemble des bénéfices sociaux et financiers qu'ils obtiennent à partir de la réputation qu'octroient leurs publications scientifiques. Dans ce contexte, une conférence est un lieu où les chercheurs sont libres de se joindre afin de partager de l'information sur leurs travaux non publiés. Le nombre de participants à une conférence influence les gains et les pertes potentiels qu'un chercheur retire s'il y participe. À cet effet, la probabilité à publier du chercheur peut augmenter grâce à des gains de créativité ou bien diminuer à cause du vol possible de ses idées par d'autres chercheurs. Le modèle utilise la théorie des jeux pour déduire le comportement stratégique des chercheurs lié à leur décision de participation à une conférence. Nous vérifions l'existence d'équilibres de Nash (NE) dans les jeux statiques à information complète en stratégies pures et mixtes. À cet effet, trois formes de fonction de gain à la participation sont explorées. Pour deux d'entre-elles, sous certaines conditions, les NE suggèrent que les chercheurs les moins expérimentés participent aux conférences et que ceux plus expérimentés n'y participent pas. Il peut également exister plusieurs NE pour les mêmes fonctions de paiement. Finalement, nous élaborons un système de transfert pouvant augmenter le nombre de participants aux conférences, améliorer la qualité des publications scientifiques de tous les participants et par le fait même favoriser l'avancement de la science.

LISTE DES GRAPHIQUES

SECTION I. - INTRODUCTION

Les chercheurs traitant d'une nouvelle approche ou démontrant de nouveaux résultats scientifiques sont habituellement ceux qui reçoivent le mérite de leur contribution scientifique. L'attribution des contributions à l'avancement de la science passe nécessairement par les institutions et donc, souvent par les publications scientifiques. Publier ou disparaître. Tel est le leitmotiv des chercheurs membres de la communauté scientifique. En effet, ces derniers doivent publier pour maximiser l'ensemble des bénéfices sociaux et financiers qu'ils obtiennent avec une plus grande réputation. Par exemple, le respect de la communauté scientifique, de plus grandes opportunités de carrière et les fonds qui l'accompagnent sont autant de bénéfices que permet une bonne réputation. Comme l'espace de publication demeure limité dans les revues scientifiques, les chercheurs rivalisent pour y avoir accès. Les éditeurs choisissent donc dans ce contexte les meilleurs papiers, soient les plus rigoureux et les plus originaux. Il devient alors nécessaire pour les chercheurs d'agir stratégiquement afin d'optimiser leur créativité. Par conséquent, ils font face à une analyse coût-bénéfice dans laquelle ils doivent choisir d'échanger ou non leurs idées avant de les publier dans l'objectif d'optimiser l'espérance de gain d'une publication supplémentaire. Les conférences sont des évènements privilégiés d'échange entre les chercheurs. Pour bien comprendre notre problématique, nous présentons en introduction une partie des hypothèses fondamentales permettant d'identifier les éléments nécessaires à l'élaboration de notre modèle.

Soumis à l'évaluation critique des rédacteurs en chef des revues scientifiques, un chercheur n'est jamais certain de pouvoir publier ses travaux. La qualité et l'innovation du papier, la réputation de l'auteur et le sujet traité sont autant de facteurs influençant le choix des rédacteurs à accepter de publier ou non un chercheur qui soumet son travail. Sachant ces exigences, le chercheur maximise alors l'espérance d'utilité que chaque papier peut lui apporter. Nous simplifions les actions disponibles au chercheur en résumant qu'il peut soit participer à une conférence pour échanger au sujet de ses travaux avant qu'il ne les publie ou bien de ne pas participer. Les variables exogènes qui déterminent l'espérance de paiement d'un papier lorsqu'un chercheur n'échange pas sont sa probabilité à publier et l'utilité marginale qu'apporte la publication de ce papier. La probabilité à publier d'un chercheur sans qu'il ne participe à une conférence est liée à sa créativité, son expérience et sa réputation. Lorsqu'il participe à une conférence, les déterminants de l'espérance de paiement demeurent les mêmes en plus de considérer un effet multiplicatif. En effet, échanger avec d'autres chercheurs sur les travaux en cours offre un cadre stimulant dans lequel un chercheur peut avoir des avis différents sur les problèmes auxquels il est confronté et à la méthodologie utilisée pour les résoudre. De plus, sa participation lui permet de connaître les sujets des autres chercheurs, de contribuer à leur avancement et de s'en inspirer pour son propre travail. Le remue-méninge qui en découle favorise la créativité des chercheurs qui y participent. Par conséquent, on doit s'attendre que la probabilité à publier d'un chercheur, suite à sa participation à une conférence, soit plus élevée que sa probabilité sans qu'il n'y participe. Ajoutons que plus le nombre de participants est grand, plus les interactions sont susceptibles d'être fructueuses, alors l'effet multiplicatif est une fonction croissante du nombre de participants à la conférence.

Néanmoins, l'échange d'information sur des travaux pas encore publiés comporte des risques dans un contexte où les chercheurs sont en concurrence pour obtenir un espace de publication dans les revues scientifiques. Un chercheur peut donc être tenté de s'approprier les concepts originaux d'un autre chercheur afin d'augmenter sa propre probabilité à publier. Ainsi, l'auteur original risque de voir sa probabilité à publier diminuer si ses idées perdent en originalité à cause du vol par un autre chercheur. Le nombre de participants à la conférence a un impact important sur cette perte potentielle. Il semble raisonnable d'affirmer que plus il y a de témoins observant l'originalité d'un chercheur, moins il sera tentant pour un chercheur de s'approprier les idées d'un autre. Par conséquent, l'effet multiplicatif doit tenir compte du potentiel de perte en probabilité de publier lorsqu'il y a peu de participants à la conférence. Finalement, la participation implique également un coût fixe (temps ou/et argent) indépendante de la probabilité à publier.

À partir de ces concepts et hypothèses sur les variables de l'espérance de paiement des publications, nous analyserons les décisions stratégiques de participation à une conférence à l'aide de la théorie des jeux. Le modèle est alors formalisé par une forme normale de jeu. Tout d'abord, avec le jeu statique en stratégies pures, nous vérifierons sous quelles conditions il existe une conférence dans laquelle les participants ne dévient pas de leur stratégie, c'est-à-dire un équilibre de Nash (NE pour Nash Equilibrium). Nous en analyserons les différentes caractéristiques. Un exemple numérique sera utilisé pour visualiser graphiquement comment un NE peut être représenté avec des fonctions spécifiques. Nous verrons également que plusieurs NE sont possibles. Nous suivrons avec la recherche de NE pour le jeu statique en stratégies mixtes. Finalement, nous démontrerons qu'il est possible de mettre en place un système de transfert pouvant augmenter le nombre de participants aux conférences et discuterons des implications d'un tel système.

Analyser une problématique demande de vérifier l'étendue de la littérature scientifique sur le sujet afin d'éviter de réinventer la roue. Nous présentons dans la section suivante cinq papiers susceptibles de nous aider à confirmer notre intuition sur l'effet de la collaboration par l'échange d'information dans le cadre d'une conférence et finalement à formaliser notre modèle.

SECTION II. - REVUE DE LITTÉRATURE

Comment se déterminent les incitations des chercheurs à participer aux conférences et d’échanger? Un grand nombre de publications sur la collaboration existent dans la littérature. La plupart des travaux analysent le concept d’échange à travers la co-production de papiers ou analysent les avantages et inconvénients de la collaboration au sens large. Par contre, nous n'avons trouvé à ce jour aucune publication traitant particulièrement des incitations qu’ont les chercheurs à participer à une conférence afin de maximiser l’espérance de paiement liée à la publication d’un papier. Nous vous présenterons ici les articles les plus pertinents à notre modélisation.

Tout d’abord, J. Sylvan Katz et Ben R. Martin (1997) tentent de mieux cerner le concept de collaboration interindividuelle et inter-institutionnelle. Ils dressent un historique des recherches sur la collaboration et des facteurs qui ont favorisé l'augmentation de la collaboration par la coproduction. Les facteurs sont l’augmentation de la popularité, l’exigence d'instruments complexes, la spécialisation scientifique, l’accroissement du savoir scientifique, la professionnalisation de la science, les gains d'expérience et les gains de créativité et de savoir-faire. En définissant plus strictement ce qu'est une collaboration, les auteurs indiquent que la coproduction de papiers n'est qu'une forme de collaboration. En effet, la collaboration informelle n'est pas captée par la simple mesure des coproductions. Par contre, ils préfèrent restreindre la définition de la collaboration au travail conjoint de plusieurs chercheurs à la réalisation d'un même projet. Ensuite, ils identifient que le partage de connaissances, le transfert de connaissances, la stimulation créative, la camaraderie, l’inclusion d'un réseau et une visibilité accrue, constituent les principaux bénéfices de la collaboration. Puis, les coûts de cette pratique de plus en plus répandue dans les communautés scientifiques sont d’ordre financier, temporel, administratif, de management associé aux différences organisationnelles et finalement culturelles. En dernier lieu, avant d'établir des politiques favorables à la collaboration, ils indiquent qu'il faut approfondir notre connaissance des coûts et bénéfices des divers types de collaboration pour faire des choix judicieux en termes de politique de recherche.

Ce papier n’offre aucun modèle formel synthétisant leurs concepts. Par contre, il offre une vision d’ensemble du phénomène de collaboration. Ainsi, nous nous en sommes inspirés pour poser les différentes hypothèses sur les gains à l’échange et plus modestement pour les coûts.

Ensuite, Göran Melin (2000) se base sur une enquête qualitative sous forme d'entrevues où l'on tente d'identifier les raisons cognitives ou matérielles de la collaboration et les effets de celle-ci permettant un accès au savoir et une hausse de la qualité scientifique des chercheurs. On observe que la plupart des collaborations sont faites sur une base volontaire et que les chercheurs organisent eux-mêmes cette activité. L’auteur souligne que les conférences semblent des lieux reconnus où les jeunes chercheurs peuvent obtenir de la visibilité et se faire des contacts. On souligne la difficulté d'identifier les liens de causalité entre les raisons et les effets de la collaboration à cause de la nature qualitative du phénomène. De plus, les caractéristiques de la collaboration sont susceptibles de varier d'une discipline à l'autre. Finalement, il propose que les politiques de recherche doivent premièrement, accorder plus de financement aux projets faits en collaboration et deuxièmement, créer des arénas ou des systèmes pour l'interaction sociale et le support des réseaux.

Ici encore, aucun modèle formel n’est présenté. Néanmoins, l’utilisation d’une enquête permet de vérifier plus formellement les déterminants de la collaboration. En plus de confirmer les avantages hypothétiques de la collaboration, les conférences sont énoncées comme des lieux privilégiés pour les jeunes chercheurs voulant se constituer un réseau de contacts. Nous vérifierons sous quelles conditions ce phénomène est présent dans notre modèle. Bref, cette étude confirme la difficulté empirique qu’implique notre sujet. Peu de données sont disponibles pour vérifier si la modélisation des incitations explique les comportements réels de participation à une conférence.

Pour sa part, Aidan Hollis (2001) utilise des données en panel de 339 économistes pour évaluer la relation entre la coproduction de papiers et la production des chercheurs en termes de publications. L'auteur tente de vérifier si la coproduction est si avantageuse en termes du nombre de publications par auteur lorsque l'on pondère pour la qualité, la longueur et la fréquence de publication. Les recherches précédentes utilisaient des données en coupe transversale ou des séries chronologiques et démontraient une relation positive et significative entre la coproduction et la productivité en publication. Or, l'innovation de cet article est d'analyser le problème avec des données en panel où l'on trouve une relation négative entre la coproduction de papiers et le nombre de papiers écrits lorsque l'on tient compte du nombre d'auteurs par papier. En d'autres mots, plus un économiste co-écrit des papiers, plus la production attribuable à ce chercheur sera basse. Pour en expliquer l'origine, l'auteur propose que les chercheurs maximisent leur utilité. Si la production scientifique est l'unique variable de la fonction d'utilité qu'un chercheur maximise, alors on doit s'attendre qu'un chercheur égalise la productivité marginale de la coproduction et de la production seule d'articles. Il poursuit en affirmant qu'il est raisonnable d'inclure le salaire et la camaraderie dans la fonction d'utilité des chercheurs. Par conséquent, les chercheurs choisiraient des niveaux de production en coauteur trop élevés à l'égard de la productivité scientifique. Encourager la collaboration ne serait donc pas un bon moyen pour atteindre un objectif de maximisation de la publication.

Cette étude empirique traite spécifiquement de la coproduction, alors que nous voulons modéliser un type de collaboration moins formelle. Les conclusions et les explications théoriques nous aident à pondérer les avantages de la collaboration selon les éléments qui contribuent à la fonction d'utilité que les chercheurs maximisent. Nous posons l'hypothèse que les chercheurs maximisent tous les bénéfices liés aux retombés positives des publications. Cette simplification risque de rendre les résultats contestables. En effet, si les chercheurs considèrent d'autres variables dans leur fonction d'utilité, alors leurs incitations à participer à une conférence changent.

Martin J. Beckmann (1994) propose un modèle de production de savoir dans lequel les producteurs sont des chercheurs qui allouent leur temps à la production autonome ou en coproduction. De plus, ces derniers décident de l'effort qu'ils fourniront lors de cette collaboration. Chaque agent est donc soumis à un coût de temps qui est fonction de la distance à parcourir pour contribuer à une collaboration. Chacun est différencié par sa productivité marginale en unité de temps, elle-même croissante avec le prestige. L'auteur démontre particulièrement que deux collaborateurs offriront le même niveau d'effort s'ils sont de réputation identique. Il propose également des collaborations à trois scientifiques. Finalement, considérant que chaque chercheur doit choisir son collaborateur parmi un ensemble de « n » chercheurs, il propose une formule déterminant le nombre de collaborations attendues entre deux points géographiques.

Bien entendu, ce papier ne traite pas spécifiquement du même problème. Il présente un modèle de coproduction d'articles et du choix optimal de collaboration entre différents chercheurs. L'échange d'information, sans aller jusqu'à la coproduction d'un papier est exclu du modèle. Par contre, il est l'un des rares papiers que nous avons trouvé qui présente un modèle théorique de collaboration.

Finalement, le papier de José Alcalde et Pablo Revilla (2004) explore l'existence d'équipes de recherche stables lorsque chaque agent a des préférences spécifiques sur les collaborateurs. Les auteurs élaborent un mécanisme permettant de constituer des groupes stables de chercheurs compatibles aux préférences de ceux-ci. Ils font également la démonstration que leur « top covering algorithm » est le seul mécanisme à l'épreuve des stratégies des chercheurs par lequel les allocations de chercheurs demeurent stables.

Évidemment**,** le sujet est élégant et effleure le nôtre. Il demeure néanmoins hors champ pour être approfondi. Tout de même, on voit qu'il aborde des problèmes d'allocation optimale de chercheurs. Ici, les groupes formés échangent et produisent des connaissances. Or, nous sommes un peu plus près de notre problématique où le chercheur choisit de participer à une conférence et échanger de l'information. Par contre, on s'éloigne du contexte de publication des chercheurs.

À la lumière des travaux présentés, nous demeurons plus confiants à propos des hypothèses du modèle et avertis des limites potentielles du pouvoir des variables à expliquer le comportement des chercheurs. La modélisation utilisée ne se basera sur aucune approche formelle énoncée, car elles ne cadrent pas bien avec notre problématique. Néanmoins, Katz et Martin (1997) ainsi que Melin (2000) nous aident à poser des hypothèses pertinentes avec les observations et les attributs de la collaboration. De plus, nous vérifierons comment notre modèle peut confirmer l'observation de Melin (2000) sur la participation fréquente des jeunes chercheurs aux conférences. L'estimation empirique de Hollis (2001) demeure un papier fort pertinent quant à l'analyse critique de notre modèle sur l'hypothèse de la fonction d'utilité des chercheurs. Finalement, Beckmann (1994) ainsi qu'Alcalde et Revilla (2004) nous ont proposé des modèles formels dans lesquels autant la façon d'aborder la problématique que les méthodes analytiques diffèrent. Nous n'utiliserons donc pas leurs méthodologies et devrons construire un modèle pertinent et susceptible de décrire les phénomènes indiqués en introduction en tenant compte de la littérature et d'en vérifier les propriétés. Sans vous faire attendre davantage, voici le modèle.

SECTION III. - LE MODÈLE

Soit $N = \{ 1,\ldots,n \}$, l'ensemble des chercheurs identifiés de 1 à n.

Soit $t_i \in \mathbf{N}$, le type du chercheur « i » est le nombre de publications de ce dernier. Tous les chercheurs sont identiques sauf par le nombre de publications qu'ils ont à leur actif en tant qu'auteur.

Nous posons que toutes les publications ont une valeur identique en réputation.

Soit $T = \{ t_1, t_{2,\ldots,} t_n \}$, un ensemble où chaque élément est le type d'un chercheur. Nous posons que les chercheurs sont identifiés de 1 à n en fonction du nombre relatif d'articles dont ils sont auteurs, de tel sorte que : $t_1 < t_2 < t_3 < \ldots < t_n$. Remarquer ici que par définition aucun chercheur n'a le même type.

Soit $V (t) : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$, où V(t) est la valeur associée à l'ensemble des bénéfices sociaux et financiers liés à une plus grande réputation qu'octroie la publication d'un nombre « t » de publications.

V (t) est une fonction strictement croissante et concave.

$V(t+1) - V(t) = Vm(t)$

Vm(t) est la valeur marginale qu'apporte une publication supplémentaire à un chercheur qui bénéficie de la réputation de « t » articles.

$Vm(t+1) - Vm(t) < 0$

La valeur marginale des articles est décroissante.

Soit $P (t) : \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$, $0 < P(t) < 1$

P(t) est la probabilité de publier d'un chercheur ayant « t » papiers sans que celui-ci n'ait d'intrants provenant d'autres chercheurs. Le chercheur utilise seulement son talent, son expérience, sa créativité et la littérature publiquement disponible pour produire le «t+1»^{ième} article.

$P(t+1) - P(t) > 0$

P(t) est une fonction strictement croissante. Plus un chercheur est l'auteur d'articles, plus il est probable qu'il publie son prochain papier. Le nombre d'articles publiés est associé à une plus grande expérience en publication. Celle-ci lui confère une probabilité plus forte de publier ses prochains papiers.

Soit u_i(a), le paiement en utilité du chercheur « i » selon le profil « a » des stratégies de tous les chercheurs.

Soit C > 0, un coût positif à la participation à une conférence. Tous les chercheurs font face au même coût de participation.

Soit $A_i = \{0,1\}$, l'ensemble des actions ou stratégies. Nous avons par définition :

$a_i = 1$: Participation à la conférence et échange complet des idées des travaux en cours.

$a_i = 0$: Pas de participation à la conférence, ni échange d'idées.

Soit $A = A_1 \times \ldots \times A_n$: l'ensemble des profils des stratégies possibles.

$\sum_{j=1}^{n} a_j$: Somme des actions des « n » chercheurs de l'ensemble. Représente également le nombre de participants à la conférence.

Soit : $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$, où e : **N** → **R** dans l'intervalle $]\,0, \frac{1}{P(t)}\,[\ \forall \sum_{j=1}^{n} a_j$, t.

Notons que lorsque $0 < e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) < 1$, cela indique qu'il y a une diminution dans l'espérance de paiement à cause d'un vol d'idées fortement probable suite à la participation à la conférence. Cette possibilité sera observée pour les conférences avec un nombre réduit de participants.

$e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$ représente l'effet multiplicatif de la probabilité à publier associée au chercheur avec le type « t » lorsque ce dernier participe à une conférence dont il y a $\sum_{j=1}^{n} a_j = k$ participants.

Ainsi $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \cdot P(t)$ est la probabilité de publier du chercheur avec le type « t » suite à sa participation à une conférence. Nous voyons maintenant pourquoi la fonction $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$ est bornée entre 0 et $\frac{1}{P(t)}$, car par définition $0 < e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \cdot P(t) < 1$. Conformément aux lois des probabilités, cette inégalité indique que la probabilité d'un chercheur à publier après avoir participé à une conférence est comprise entre 0 et 1. L'effet multiplicatif n'est pas sensible aux types des autres chercheurs qui participent à la conférence mais seulement à leurs actions. Le changement dans l'effet multiplicatif selon le nombre de participants, $\sum_{j=1}^{n} a_j$ = k, sera considéré ainsi :

$e_t(k) < e_t(k+1) \ \forall \ k \in N, k > 1$

Pour un type donné, l'effet multiplicatif est donc strictement croissant avec le nombre de participants. Il semble juste de poser cette forme, car plus il y a de participants, plus les échanges d'idées sont susceptibles de bénéficier aux participants. Néanmoins, s'il est possible qu'un nombre démesuré de participants empêche littéralement les chercheurs d'échanger convenablement, il pourrait être cohérent de poser une décroissance absolue de cet effet à partir d'un certain nombre de participants. Nous évitons ici ce traitement. Soit $e_t(1) = 1$. Cette particularité est nécessaire, car un chercheur qui échange avec lui-même ne peut changer sa probabilité à publier.

Pour un même nombre de participants, l'effet multiplicatif selon le type du chercheur peut prendre trois formes :

1) $e_t(k) > e_{t+1}(k) \ \forall \ k \in N$: Les chercheurs plus expérimentés ont un effet multiplicatif inférieur.

2) $e_t(k) = e_{t+1}(k) \ \forall \ k \in N$: Les chercheurs ont le même effet multiplicatif.

3) $e_t(k) < e_{t+1}(k) \ \forall \ k \in N$: Les chercheurs plus expérimentés ont un effet multiplicatif supérieur.

Nous analyserons les trois cas en vérifiant les conditions pour obtenir un équilibre de Nash ainsi que les justifications intuitives de chacun. De plus, nous analyserons également une forme particulière du premier cas qui simplifie grandement la présentation d'un exemple numérique. À partir des fonctions précédentes, voyons la forme normale du jeu statique en stratégies pures et information complète :

$G = (A_i, u_i)$ $i \in N$ et $a \in A$

$$u_i(a) = \begin{cases} P(t_i) \cdot Vm(t_i) & \text{Si } a_i = 0 \\ e_{t_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) - C & \text{Si } a_i = 1 \end{cases}$$

À partir de ce jeu, nous regardons s'il existe des équilibres stratégiques en jeu statique. Pour mieux comprendre le type de jeu que nous analysons, voyons rapidement différents jeux. Dans un jeu statique, tous les joueurs choisissent simultanément leur action dans l'ensemble des actions possibles et reçoivent un paiement déterminé par leur type et l'ensemble des actions des joueurs (profil de stratégies). Dans un jeu dynamique, les joueurs ne choisissent pas leur action simultanément, mais dans un ordre particulier déterminé par le jeu. Un jeu peut être en stratégies pures ou mixtes. Les stratégies pures sont couramment des choix extrêmes comme « oui » ou « non » ou bien « 0 » ou « 1 ». En stratégies mixtes, le joueur peut choisir une action dans tout l'intervalle entre les stratégies pures. Finalement, l'information peut être soit complète ou incomplète. Dans le cas complet, chacun des joueurs connaît son propre type ainsi que le type de tous les autres. Lorsqu'un joueur ne connaît pas avec certitude le type de tous les autres, nous qualifions ce jeu à information incomplète. Bref, le jeu statique en information complète et stratégies pures représente une situation où les chercheurs choisissent simultanément de participer ou non à une conférence sans pouvoir communiquer entre eux avant la tenu de l'événement. De plus, tous les chercheurs connaissent le type de tous les autres impliqués dans ce choix.

Dans les jeux statiques, il peut exister un ou plusieurs équilibres stratégiques nommés équilibres de Nash (NE pour Nash Equilibrium). Les NE sont des situations où chaque joueur choisit la meilleure action en réponse aux meilleures actions anticipées de tous les autres joueurs et que suite au choix simultané, aucun joueur n'a d'incitations à modifier son action. Dans notre cas, un NE en stratégies pures donne deux informations sur la composition du groupe participant à la conférence : le nombre de participants et les types des chercheurs qui y participent. Nous allons donc trouver les NE et en analyser les caractéristiques. Comme le concept d'équilibre de Nash est central dans notre document, voyons sa définition formelle.

Définition[1]

Dans la forme normale du jeu à « n » chercheurs où G = { $A_1,\ldots,A_n$; $u_1,\ldots,u_n$ }, les stratégies ($a^*_1,\ldots,a^*_{i-1}$, a^*_i, $a^*_{i+1},\ldots,a^*_n$) sont un NE si, pour chaque joueur « i », a^*_i est (au moins indifféremment) la meilleure réponse du chercheur « i » aux stratégies spécifiées pour les n - 1 autres chercheurs, ($a^*_1,\ldots,a^*_{i-1}$, $a^*_{i+1},\ldots,a^*_n$) :

$$u_i\,(a^*_1,\ldots,a^*_{i-1}, a^*_i, a^*_{i+1},\ldots,a^*_n) \geq u_i\,(a^*_1,\ldots,a^*_{i-1}, a_i, a^*_{i+1},\ldots,a^*_n) \qquad \text{(NE)}$$

pour toutes les stratégies possibles a_i dans A_i ; alors a^*_i résout

$$\max_{a_i \in A_i} u_i\,(a^*_1,\ldots,a^*_{i-1}, a_i, a^*_{i+1},\ldots,a^*_n)$$

Soit ($a'_1,\ldots,a'_n$) une solution possible de la forme normale du jeu G={$A_1,\ldots,A_n$; $u_1,\ldots,u_n$}. Indiquer que ($a'_1,\ldots,a'_n$) n'est pas un NE est équivalent d'affirmer qu'il existe un chercheur « i » tel que a'_i n'est pas la meilleure réponse à ($a'_1,\ldots, a'_{i-1}, a'_{i+1},\ldots ,a'_n$). Il existerait alors un a''_i dans A_i où u_i ($a'_1,\ldots, a'_{i-1}, a'_i, a'_{i+1},\ldots ,a'_n$) < u_i ($a'_1,\ldots, a'_{i-1}, a''_i, a'_{i+1},\ldots ,a'_n$). Par conséquent, un ensemble de stratégies donné par une prédiction théorique qui n'est pas un NE implique qu'il existe au moins un chercheur ayant des incitations à dévier de la prédiction et ainsi la théorie sera démentie par le choix réel des chercheurs du jeu.

Lemme 1

Soit $a \in A$ et $i \in N$

(i) $a_i = 1$ est une meilleure réponse à $a_{-i} \Leftrightarrow u_i(a_{-i},1) \geq u_i(a_{-i},0) \Rightarrow$

$$e_{t_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) - C \geq P(t_i) \cdot Vm(t_i) \Rightarrow \left(e_{t_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) - 1\right) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) \geq C$$

[1] Cette définition est l'adaptation d'une définition du livre de Robert Gibbons: *Game theory for applied economists*, p. 8-9.

(ii) $a_i = 0$ est une meilleure réponse à a_{-i} $\Leftrightarrow$ $u_i(a_{-i},1) < u_i(a_{-i},0)$ $\Rightarrow$

$$e_{t_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) - C < P(t_i) \cdot Vm(t_i) \Rightarrow \left(e_{t_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) - 1\right) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) < C$$

C.Q.F.D.

Hypothèse

$P(t)\cdot Vm(t) > P(t+1)\cdot Vm(t+1)$

C'est-à-dire que l'espérance de l'utilité marginale des publications lorsqu'un chercheur ne participe pas à une conférence est strictement décroissante avec le type (expérience) d'un chercheur.

PROPOSTION 1

Soit le jeu statique en information complète et en stratégies pures présenté précédemment. Soit un effet multiplicatif tel que $e_t(k) \geq e_{t+1}(k)$ $\forall$ k,t $\in$ **N**. Soit a* = $\left(a_1^*,\ldots,a_{k^*-1}^*,a_{k^*}^*,a_{k^*+1}^*,\ldots,a_n^*\right)$ = $(1,\ldots,1_{(k^*)},0_{(k^*+1)},\ldots,0)$ où $\sum_{j=1}^{n} a_j^* = k^*$. Si $a^*_{k^*} = 1$ est une meilleure réponse pour le chercheur « k* » à l'ensemble des meilleures réponses des autres chercheurs et si $a^*_{k^*+1} = 0$ est une meilleure réponse pour le chercheur « k*+1 » à l'ensemble des meilleures réponses des autres chercheurs, alors a* est un NE. La condition nécessaire et suffisante pour que a* soit un NE avec k* participants est :

$$\left(e_{t_{k^*}}(k^*) - 1\right) P(t_{k^*}) \cdot Vm(t_{k^*}) \geq C > (e_{t_{k^*+1}}(k^*+1) - 1) \cdot P(t_{k^*+1}) \cdot Vm(t_{k^*+1})$$

Preuve

Soit a', un profil de stratégies pures tel que les stratégies des chercheurs sont les meilleures réponses aux meilleures réponses de tous les chercheurs. En outre, a' est un NE et $\sum_{j=1}^{n} a_j$ = k'.

Soit j $\in$ N tel que $a'_j = 1$ et $a'_i = 0\ \forall\ i \in \{ j+1,\ldots,n \}$, donc i<j.

Supposons que le chercheur « j » participant à l'échange a le type le plus élevé de tous les participants où $j \neq k'$. Comme nous n'avons aucun chercheur avec le même type, il existe alors un $i \in \{ 1,\ldots,j-1 \}$ tel que $a'_i = 0$ et « i » reçoit $P(t_i)\cdot Vm(t_i)$.

Supposons que le chercheur « i » choisse $a''_i = 1$ et soit le profil de stratégies :

$a'' = (a'_{-i}, a''_i)$.

Le chercheur « i » reçoit à a'' : $e_{t_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a''_j\right) \cdot P(t_i)\cdot Vm(t_i) - C$.

Si le profil de stratégies a' est un NE et selon le lemme 1, le chercheur « i » doit nécessairement observer : $\left(e_{t_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a'_j\right) - 1\right) \cdot P(t_i)\cdot Vm(t_i) < C$.

De plus, le chercheur « j » doit observer : $\left(e_{t_j}\left(\sum_{j=1}^{n} a'_j\right) - 1\right) \cdot P(t_j) \cdot Vm(t_j) \geq C$.

En remplaçant $\sum_{j=1}^{n} a'_j = k'$ et $\sum_{j=1}^{n} a''_j = k'+1$, à partir des propriétés des fonctions et i < j nous avons :

$\left(e_{t_i}(k'+1) - 1\right) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) > \left(e_{t_i}(k') - 1\right) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) > \left(e_{t_i}(k') - 1\right) \cdot P(t_j) \cdot Vm(t_j) \geq$
$\left(e_{t_j}(k') - 1\right) \cdot P(t_j) \cdot Vm(t_j) \geq C$

La première inégalité respecte la croissance stricte de $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$ en fonction du nombre de participants. La deuxième inégalité respecte l'hypothèse de la décroissance de $P(t)\cdot Vm(t)$, car i<j. La troisième inégalité respecte $e_t(k) \geq e_{t+1}(k)$. La dernière inégalité respecte le lemme 1 où la meilleure réponse du chercheur « j » est de participer.

Au total, $\left(e_{t_i}(k'+1) - 1\right) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) > C$.

Ce qui contredit le lemme 1. En effet, on observe que la meilleure réponse de « i » dans a' devrait être de participer et non l'inverse comme proposé dans l'énoncé initial. Par conséquent, le chercheur « i » doit nécessairement préférer participer et a' n'est pas un NE. Or, $\left(e_{t_i}(k')-1\right)\cdot P(t_i)\cdot Vm(t_i) \geq C \Rightarrow \left(e_{t_j}(k')-1\right)\cdot P(t_j)\cdot Vm(t_j) \geq C\ \forall\ i < j$.

En effet, l'hypothèse $P(t)\cdot Vm(t) > P(t+1)\cdot Vm(t+1)$ et l'énoncé $e_t(k) \geq e_{t+1}(k)$ donnent $\left(e_{t_i}(k')-1\right)\cdot P(t_i)\cdot Vm(t_i) > \left(e_{t_j}(k')-1\right)\cdot P(t_j)\cdot Vm(t_j)\ \forall\ i < j$.

Si le profil a" est un NE, le choix des chercheurs « j+1 » à « n » de ne pas participer doit être une meilleure réponse à l'ensemble des meilleures réponses des autres chercheurs. Selon le lemme 1 nous devons avoir :

$$\left(e_{t_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j^{"}\right)-1\right)\cdot P(t_i)\cdot Vm(t_i) < C\ \forall\ i \in \{j+1,\ldots,n\}.$$

Le raisonnement est le même. Comme $P(t)\cdot Vm(t) > P(t+1)\cdot Vm(t+1)$ et $e_{t_i}(k) \geq e_{t_{i+1}}(k)$, nous avons nécessairement

$$(e_{t_i}(k)-1)\cdot P(t_i)\cdot Vm(t_i) > (e_{t_{i+1}}(k)-1)\cdot P(t_{i+1})\cdot Vm(t_{i+1}).$$

Alors si $(e_{t_{j+1}}(k)-1)\cdot P(t_{j+1})\cdot Vm(t_{j+1}) < C$, nous obtenons nécessairement

$$\left(e_{t_i}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j^{"}\right)-1\right)\cdot P(t_i)\cdot Vm(t_i) < C\ \forall\ i \in \{j+1,\ldots,n\}.$$

En somme, si $a^* = (1,\ldots,1_{(k^*)},0_{(k^*+1)},\ldots,0)$, alors la condition nécessaire et suffisante pour que a* soit un NE avec k* participants est la suivante :

$$\left(e_{t_{k^*}}(k^*)-1\right) P(t_{k^*})\cdot Vm(t_{k^*}) \geq C > (e_{t_{k^*+1}}(k^*+1)-1)\cdot P(t_{k^*+1})\cdot Vm(t_{k^*+1})$$

C.Q.F.D.

Dans cette proposition, nous avons utilisé simultanément les deux premières formes de l'effet multiplicatif évoqué plus haut, c'est à dire $e_t(k) > e_{t+1}(k)$ et $e_t(k) = e_{t+1}(k)\ \forall\ k \in$ N. Il est à noter que la forme $e_{t_i}(k) > e_{t_{i+1}}(k)$ est logiquement préférable. En effet, la borne supérieure de la fonction $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$ est par définition $\frac{1}{P(t)}$. Puisque la fonction P(t) est croissante, alors la borne diminue avec l'augmentation du type. Il semble donc cohérent de poser que l'effet multiplicatif diminue avec la hausse du type du chercheur. Ainsi avec cette hypothèse, l'ensemble de la fonction $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$ s'aplatie et son asymptote diminue lorsque le type augmente. Par conséquent, les chercheurs avec un type plus élevé auront un effet multiplicatif inférieur aux chercheurs moins expérimentés et ce pour le même nombre de participants à la conférence. Cette propriété différencie les chercheurs dans leur faculté à gagner par l'échange lors d'une conférence. Intuitivement, on peut interpréter cette hypothèse par une plus grande facilité des jeunes chercheurs à tirer bénéfice du contact avec d'autres chercheurs. Inversement, les chercheurs expérimentés auraient déjà une expérience du métier importante, de sorte que leur probabilité à publier serait difficilement haussée par la participation à une conférence.

La forme $e_{t_i}(k) = e_{t_{i+1}}(k)$ pose que les chercheurs ont les mêmes capacités d'échange et donc le même multiplicatif pour un nombre donné de participants à la conférence. De plus, avec une telle forme, la borne supérieure de la fonction est déterminée par la probabilité du chercheur le plus expérimenté du groupe. Cette dernière particularité est une raison de plus pour privilégier la forme $e_t(k) > e_{t+1}(k)$.

PROPOSITION 2

La condition $\dfrac{e_{t_{k^*}}(k^*)-1}{e_{t_{k^*+1}}(k^*+1)-1} > \dfrac{P(t_{k^*+1})\cdot Vm(t_{k^*+1})}{P(t_{k^*})\cdot Vm(t_{k^*})}$ est nécessaire pour obtenir la condition $\left(e_{t_{k^*}}(k^*)-1\right)$ $P(t_{k^*}) \cdot Vm(t_{k^*}) \geq C > (e_{t_{k^*+1}}(k^*+1)-1)\cdot P(t_{k^*+1})\cdot Vm(t_{k^*+1})$. Par conséquent, la forme $e_{t_i}(k) > e_{t_{i+1}}(k)$, comparativement à $e_{t_i}(k) = e_{t_{i+1}}(k)$, est moins restrictive dans la possibilité d'obtenir un NE de la forme $(1,\ldots,1_{(k^*)},0_{(k^*+1)},\ldots,0)$.

Preuve

$\left(e_{t_{k^*}}\left(k^*\right)-1\right)$ P(t_{k^*}) · Vm(t_{k^*}) ≥ C > $(e_{t_{k^*+1}}\left(k^*+1\right)-1)\cdot P(t_{k^*+1})\cdot Vm(t_{k^*+1})$ ⇒

$$\frac{e_{t_{k^*}}\left(k^*\right)-1}{e_{t_{k^*+1}}\left(k^*+1\right)-1} > \frac{P(t_{k^*+1})\cdot Vm(t_{k^*+1})}{P(t_{k^*})\cdot Vm(t_{k^*})} \quad (1)$$

Par hypothèse, nous avons $\frac{P(t_j)\cdot Vm(t_j)}{P(t_i)\cdot Vm(t_i)} < 1 \ \forall$ i < j.

Alors la condition $e_{t_{k^*}}\left(k^*\right) \geq e_{t_{k^*+1}}\left(k^*+1\right) \quad (2)$

est suffisante pour avoir la condition (1). La condition (2) est respectée seulement si nous avons la fonction multiplicative suivante : $e_{t_i}\left(k\right) > e_{t_{i+1}}\left(k\right)$ ∀ k, i ∈ N. Dans toute la démonstration précédente, nous avons utilisé la forme $e_{t_i}\left(k\right) \geq e_{t_{i+1}}\left(k\right)$ ∀ k, i ∈ N. Si nous analysons attentivement la forme $e_{t_i}\left(k\right) = e_{t_{i+1}}\left(k\right)$ ∀ k, i ∈ N , celle-ci donne nécessairement $e_{t_{k^*}}\left(k^*\right) < e_{t_{k^*+1}}\left(k^*+1\right)$, car par définition $e_{t_i}\left(k\right) < e_{t_i}\left(k+1\right)$ ∀ k, i ∈ N.

Néanmoins, $e_{t_{k^*}}\left(k^*\right) < e_{t_{k^*+1}}\left(k^*+1\right)$ n'exclue pas (1). En somme, la fonction multiplicative de la forme $e_{t_i}\left(k\right) > e_{t_{i+1}}\left(k\right)$ ∀ k ∈ N est moins restrictive dans la possibilité de respecter la condition (1) que la forme $e_{t_i}\left(k\right) = e_{t_{i+1}}\left(k\right)$ ∀ k ∈ N, car elle permet le respect de (2)

C.Q.F.D.

Voyons maintenant le troisième cas de l'effet multiplicatif où : $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) < e_{t+1}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$.

Une telle forme est justifiée si l'on considère que les chercheurs plus expérimentés ont une meilleure faculté à bénéficier des échanges avec les autres participants à la conférence. Pour obtenir des résultats proposant une forme similaire des équilibres de Nash avec un nombre positif de participants, nous devons changer une hypothèse.

Hypothèse

Posons que P(t)·Vm(t) < P(t+1)·Vm(t+1), c'est-à-dire que l'espérance d'utilité des publications lorsqu'un chercheur n'échange pas est strictement croissante en « t » au lieu de strictement décroissante comme précédemment.

PROPOSITION 3

Soit le jeu statique en information complète et en stratégies pures présenté précédemment. Soit un effet multiplicatif tel que $e_t(k) \leq e_{t+1}(k)$ ∀ k,t ∈ **N**. Soit a* = $(a_1^*,\ldots,a_{k^*-1}^*,a_{k^*}^*,a_{k^*+1}^*,\ldots,a_n^*)$ = $(0,\ldots,0_{(k^*)},1_{(k^*+1)},\ldots,1)$ où $\sum_{j=1}^{n} a_j^* = n - k^*$. Si $a^*_{k^*} = 0$ est une meilleure réponse pour le chercheur « k* » à l'ensemble des meilleures réponses des autres chercheurs et si $a^*_{k^*+1} = 1$ est une meilleure réponse pour le chercheur « k*+1 » à l'ensemble des meilleures réponses des autres chercheurs, alors a* est un NE. La condition nécessaire et suffisante pour que a* soit un équilibre de Nash, est :

$$\left(e_{t_{k^*+1}}(n-k^*)-1\right) P(t_{k^*+1}) \cdot Vm(t_{k^*+1}) \geq C > \left(e_{t_{k^*}}(n-k^*+1)-1\right) \cdot P(t_{k^*}) \cdot Vm(t_{k^*})$$

Preuve

Soit $(e_{t_i}(k)-1) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) < (e_{t_j}(k)-1) \cdot P(t_j) \cdot Vm(t_j)$ ∀ i < j, ∀ k ∈ N.

Ce qui respecte $e_{t_i}(k) \leq e_{t_{i+1}}(k)$ ∀ i ∈ {1,…,n-1}, ∀ k ∈ N et P(t)·Vm(t) < P(t+1)·Vm(t+1).

Si nous avons $\left(e_{t_{k^*+1}}(n-k^*)-1\right) P(t_{k^*+1}) \cdot Vm(t_{k^*+1}) \geq C$, alors nous avons nécessairement que $\left(e_{t_{k^*+1+i}}(n-k^*)-1\right) P(t_{k^*+1+i}) \cdot Vm(t_{k^*+1+i}) \geq C$ ∀ i ∈ {1,…,n-k*}.

De plus, si nous avons C > $\left(e_{t_{k^*}}(n-k^*+1)-1\right) \cdot P(t_{k^*}) \cdot Vm(t_{k^*})$, alors nous avons nécessairement que $\left(e_{t_{k^*-i}}(n-k^*+1)-1\right) P(t_{k^*-i}) \cdot Vm(t_{k^*-i})$ ∀ i ∈ {1,…,k*-1}.

En somme, selon le lemme 1 et $a^* = (0,\ldots,0_{(k^*)},1_{(k^*+1)},\ldots,1)$, si $a^*_{k^*} = 0$ et $a^*_{k^*+1} = 1$, alors la condition nécessaire et suffisante pour que a* soit un NE avec n-k* participants est : $\left(e_{t_{k^*+1}}\left(n-k^*\right)-1\right) P(t_{k^*+1}) \cdot Vm(t_{k^*+1}) \geq C > \left(e_{t_{k^*}}\left(n-k^*+1\right)-1\right) \cdot P(t_{k^*}) \cdot Vm(t_{k^*})$.

C.Q.F.D.

La démonstration que nous venons de faire montre avec quelles conditions nous pourrions avoir une conférence dans laquelle tous les chercheurs les plus expérimentés participent à une conférence. Il existe également une situation où la participation d'aucun chercheur implique qu'aucun chercheur n'a intérêt à dévier de son action de ne pas participer. Cette situation est également un NE.

PROPOSITION 4

Soit le jeu statique en information complète et en stratégies pures. $a^* = (0,\ldots,0)$ est toujours un équilibre de Nash, car par définition nous avons $e_t(1) = 1$ et en vertu du lemme 1.

Preuve

Nous avons $e_t(1) = 1$, car un chercheur qui échange avec lui-même n'affecte pas sa probabilité à publier. Tous les chercheurs « i » n'ont pas intérêt à dévier de leur stratégie $a_i = 0$, car $P(t_i) \cdot Vm(t_i) > e_{t_i}(1) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i) - C$, pour $C > 0$ et $\forall$ i $\in$ N.

Si aucun chercheur ne participe à la conférence, aucun n'a intérêt à dévier. Cette situation est comparable au dilemme du prisonnier où aucun joueur ne dévie par peur de perdre suite à l'absence de coopération de l'autre. Évidemment, les k* premiers chercheurs auraient intérêt à dévier simultanément afin d'atteindre le NE présenté plus haut. Si les chercheurs sont maintenus dans une ignorance mutuelle sur les intentions de chacun, alors ils ne peuvent dévier de $a_i = 0$.

C.Q.F.D.

Nous avons maintenant trois formes de NE. Soit un groupe de participants à une conférence dont le chercheur k* est celui avec le type le plus élevé, alors que tous les chercheurs de type inférieur sont également des participants. Inversement, soit un groupe de participants à une conférence dont le chercheur k*+1 est celui avec le type le plus bas, alors que tous les chercheurs de type supérieur sont également des participants. Finalement, l'absence de participants. Afin de visualiser le premier cas de figure, nous verrons un exemple numérique où nous avons un NE où a* = (1,…,1,0,…,0). Pour cet exercice, nous utiliserons une forme particulière de l'effet multiplicatif.

FORME PARTICULIÈRE DE L'EFFET MULTIPLICATIF

D'abord, rappelons les propriétés de la fonction multiplicative.

(1) $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$: $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$ dans l'intervalle $]\,0, \frac{1}{P(t)}\,[$ $\forall \sum_{j=1}^{n} a_j$, t.

(2) $0 < e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \cdot P(t) < 1$, conformément aux lois des probabilités.

(3) $e_t(k) < e_t(k+1)$ $\forall$ k $\in$ N, k > 1.

(4) $e_t(1) = 1$

Après avoir identifié la forme particulière, nous démontrerons que celle-ci respecte ces propriétés nécessaires pour être conforme aux hypothèses fondatrices de notre modèle.

Soit $f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$: $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R}$ dans l'intervalle] 0,1[$\forall \sum_{j=1}^{n} a_j$ où f(k) > f(k+1) $\forall$ k $\in$ N.

La fonction $f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$ est strictement croissante et bornée entre 0 et 1.

La croissance de f(k) respecte la propriété (3).

Comme nous simulerons le cas d'un NE avec un nombre positif de participants, alors la propriété (4) n'est pas nécessaire.

Soit $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) = \dfrac{f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)}{P(t)}$.

Par conséquent, Max $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) = \dfrac{1}{P(t)}$ pour Max $f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) = 1$ et Min $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) = 0$, pour Min $f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) = 0$. Par conséquent, la propriété (1) est respectée.

De plus, $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \cdot P(t) = \dfrac{f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)}{P(t)} \cdot P(t) = f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$, ce qui respecte la propriété (2).

Cette dernière propriété indique que la probabilité à publier suite à la participation à une conférence n'est pas dépendante du type du chercheur, mais seulement du nombre de participants à la conférence. En d'autres mots, le nombre de participants à la conférence détermine l'unique probabilité de publier que tous les chercheurs obtiendront s'ils participent.

En somme, la croissance de la fonction $f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$ indique que plus le nombre de participants est élevé, plus les chances sont minces qu'un participant se fasse voler ses idées, car il y a beaucoup de témoins observant l'originalité de chaque chercheur. De plus, un grand groupe offre de plus grandes possibilités d'échange entre chercheurs et donc augmente les gains en créativité de ceux-ci. Contrairement à précédemment, l'expérience d'un chercheur n'influence en rien la probabilité de publier qu'il obtient suite à la participation à une conférence. Ce résultat peut être justifiable par l'hypothèse sur la symétrie des qualités intrinsèques des chercheurs. Bien que les chercheurs soient différenciés par leur nombre de publications et donc dans leur probabilité à publier, ils ont par hypothèse les mêmes qualités créatives. La mise en commun complète des idées, hypothèse de base du modèle sur les implications de la participation, ferait en sorte que les chercheurs auraient la même probabilité de publier suite à l'échange collective.

Cette symétrie dans la probabilité à publier suite à l'échange engendre néanmoins une asymétrie dans l'effet multiplicatif de la fonction $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$ sur P(t). Nous avons : $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) = \frac{f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)}{P(t)}$ et $\frac{f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)}{P(t)} > \frac{f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)}{P(t+1)}$ car P(t +1) > P(t).

Par conséquent, la fonction $\frac{f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)}{P(t)}$ ce comporte par rapport au type des chercheurs comme l'effet multiplicatif avec la forme suivante : $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) > e_{t+1}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$. La fonction d'utilité du jeu devient :

$$u_i(a) = \begin{cases} P(t_i)\cdot Vm(t_i) & \text{Si } a_i = 0 \\ f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)\cdot Vm(t_i) - C & \text{Si } a_i = 1 \end{cases}$$

<u>Lemme 2</u>

Si $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) = \frac{f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)}{P(t)}$, alors nous avons la fonction d'utilité ci-dessus. Par conséquent, nous obtenons :

Soit $a \in A$ et $i \in N$

(i) $a_i = 1$ est une meilleure réponse à $a_{-i} \Leftrightarrow u_i(a_{-i},1) \geq u_i(a_{-i},0) \Rightarrow$

$$f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)\cdot Vm(t_i) - C \geq P(t_i)\cdot Vm(t_i) \Rightarrow \left(f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) - P(t_i)\right)\cdot Vm(t_i) \geq C$$

(ii) $a_i = 0$ est une meilleure réponse à $a_{-i} \Leftrightarrow u_i(a_{-i},1) < u_i(a_{-i},0) \Rightarrow$

$$f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \cdot Vm(t_i) - C < P(t_i) \cdot Vm(t_i) \Rightarrow \left(f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) - P(t_i)\right) \cdot Vm(t_i) < C$$

C.Q.F.D.

PROPOSITION 5

Soit un jeu statique en information complète, en stratégies pures et avec un effet multiplicatif tel que $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) = \frac{f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)}{P(t)}$. Si nous avons la condition nécessaire et suffisante suivante : $(f(k^*) - P(t_{k^*})) \cdot Vm(t_{k^*}) \geq C > (f(k^*+1) - P(t_{k^*+1})) \cdot Vm(t_{k^*+1})$, alors $a^* = (a^*_1,\ldots,a^*_{k^*-1}, a^*_{k^*}, a^*_{k^*+1},\ldots,a^*_n) = (1,\ldots,1_{(k^*)},0_{(k^*+1)},\ldots,0)$ est un équilibre de Nash avec k* participants.

Preuve

Soit a' un NE et $k' = \sum_{j=1}^{n} a'_j$. Soit $j \in N$ tel que $a'_j = 1$ et $a'_i = 0 \ \forall \ i \in \{ j+1,\ldots,n \}$.

Supposons que le chercheur « j » participant à la conférence a le type de plus élevé des participants et $j \neq k'$. Comme il y a k' participants et que par définition il n'y a aucun chercheur avec le même type, alors il existe un $i \in \{ 1,\ldots,j-1 \}$ tel que $a'_i = 0$ et $i < j$. Dans ce cas, le chercheur « i » reçoit $P(t_i) \cdot Vm(t_i)$. Supposons que le chercheur « i » choisisse $a''_i = 1$ et le profil de stratégies $a'' = (a'_{-i}, a''_i)$. Dans ce cas, « i » recevrait $f(k'+1) \cdot Vm(t_i) - C$.

Comme a' est un NE, alors les stratégies des chercheurs sont tous des meilleures réponses. Selon le lemme 2, le chercheur « j » observe $(f(k') - P(t_j)) \cdot Vm(t_j) \geq C$ et le chercheur « i » observe $(f(k'+1) - P(t_i)) \cdot Vm(t_i) < C$.

Nous obtenons:

$(f(k'+1) - P(t_i)) \cdot Vm(t_i) > (f(k') - P(t_i)) \cdot Vm(t_i) > (f(k') - P(t_i)) \cdot Vm(t_j) >$

$(f(k') - P(t_j)) \cdot Vm(t_j) \geq C$

La première inégalité découle de la stricte croissance de $f(k)$ $\forall$ k $\in$ N. La deuxième inégalité découle de la décroissance de Vm(t). La troisième inégalité découle de la croissance de P(t). Puis, la dernière inégalité découle de la participation du type « j » à la conférence.

Au total, $(f(k'+1) - P(t_i)) \cdot Vm(t_i) > (f(k') - P(t_j)) \cdot Vm(t_j) \geq C$

Ce qui contredit le choix de « i » dans a'. Par conséquent, le chercheur « i » préfère participer et a' n'est pas un NE.

Si le profil a'' est un NE, le choix des chercheurs « j+1 » à « n » de ne pas participer doit être une meilleure réponse à l'ensemble des meilleures réponses des autres chercheurs. Selon le lemme 2 nous devons avoir :

$\left(f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j \right) - P(t_i) \right) \cdot Vm(t_i) < C \ \forall \ i \in \{j+1,\dots,n\}$.

Tout d'abord, comme $Vm(t) > Vm(t+1)$ et $P(t) < P(t+1)$, alors nous avons nécessairement

$(f(k) - P(t_i)) \cdot Vm(t_i) > (f(k) - P(t_{i+1})) \cdot Vm(t_{i+1}) \ \forall \ i \in \{1,\dots,n-1\}, \forall \ k \in N$.

Si $(f(k) - P(t_{j+1})) \cdot Vm(t_{j+1}) < C$, nous obtenons nécessairement

$(f(k) - P(t_i)) \cdot Vm(t_i) < C \ \forall \ i \in \{j+1,\dots,n\}$

En somme, si $a^* = (1,\dots,1_{(k^*)},0_{(k^*+1)},\dots,0)$, alors la condition nécessaire et suffisante pour que a* soit un NE k* participants est la suivante :

$(f(k^*) - P(t_{k^*})) \cdot Vm(t_{k^*}) \geq C > (f(k^*+1) - P(t_{k^*+1})) \cdot Vm(t_{k^*+1})$

C.Q.F.D.

Voyons un exemple numérique du modèle avec la forme présentée ci-haut.

EXEMPLE NUMÉRIQUE

Pour simplifier le traitement de la simulation, posons que $t_i = i \ \forall \ i \in N$. Autrement, nous avons un chercheur pour chaque type possible. Soit les fonctions *f*(t), P(t), Vm(t) et C qui respectent les hypothèses du modèle où l'on a un NE de cette forme $(1,\ldots,1_{(k^*)},0,\ldots,0)$. Pour trouver le NE, il suffit alors d'identifier le chercheur avec le type k*. Pour ceci, nous devons calculer l'espérance d'utilité de tous les chercheurs « t » alors que le nombre de participants est égal à leur type. En effet, comme $t_i = i \ \forall \ i \in N$ et que nous avons nécessairement un NE de la forme $(1,\ldots,1_{(k^*)},0,\ldots,0)$, alors la condition de participation $\left(f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) - P(t) \right) \cdot$ Vm(t) ≥ C devient (*f* (t) - P(t)) · Vm(t) ≥ C. Voyons les fonctions que nous utiliserons.

Soit la fonction $g(x) = b^{-d/x}$, une fonction croissante strictement et comprise entre 0 et 1 pour d > 0 et b > 1. Cette condition doit être respectée pour les fonctions P(t) et *f*(t). Cette fonction est convexe ∀ x < d et concave ∀ x > d. Notons ensuite que les fonctions $g(x) = b^{-d/x}$ et $h(x) = a^{-d/x}$ ne se croissent jamais pour a ≠ b. De plus, lorsque la base augmente (a ou b), la fonction s'aplatie. Finalement, en multipliant l'exposant par 100, nous rendons a convergence vers 1 moins rapide.

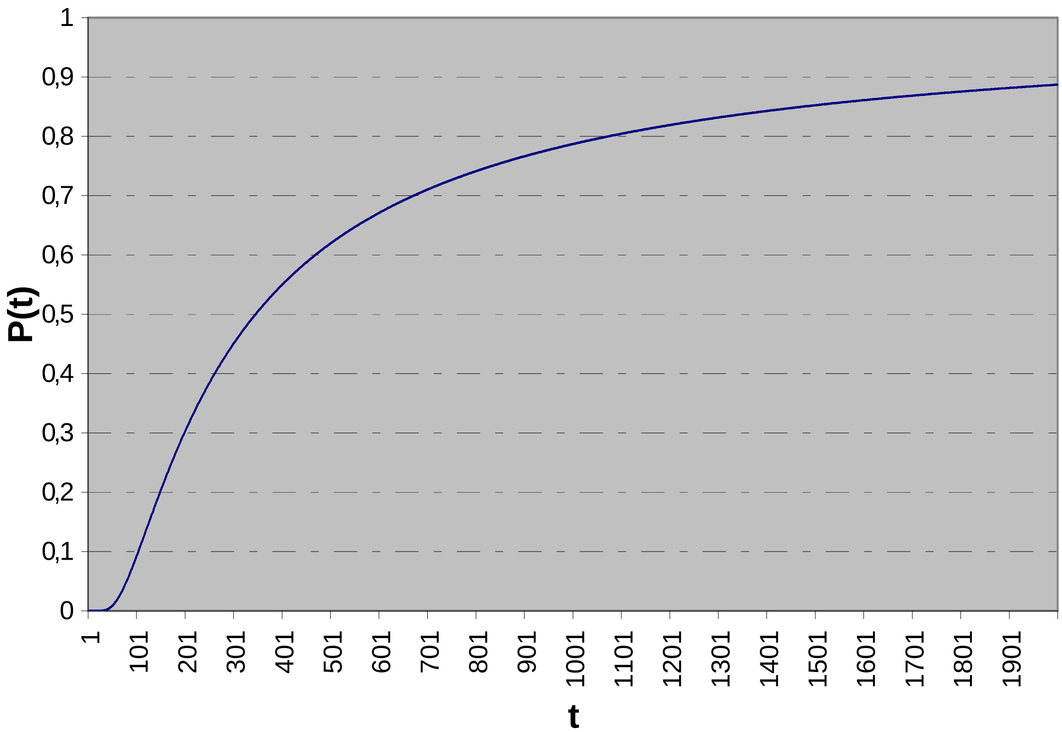
Soit $P(t) = 11^{-100/t}$, $f(t) = 9^{-100/t}$ et $V(t) = 3^{-1/t}$ où $V(t+1) - V(t) = Vm(t) = 3^{-1/(t+1)} - 3^{-1/t}$

Comme la base de la fonctions P(t) est supérieure à celle de *f*(t), alors f(t) > P(t) ∀ t ∈ N. Notons que la fonction V(t) a un maximum de 1. L'image d'une fonction d'utilité tend normalement vers l'infini, mais dans notre cas, tout ce qui importe est d'avoir une valeur marginale décroissante. Les graphiques obtenus à l'aide d'un chiffrier sont présentés aux pages suivantes.

Graphique 1

Probabilité de publier sans participation à une conférence en

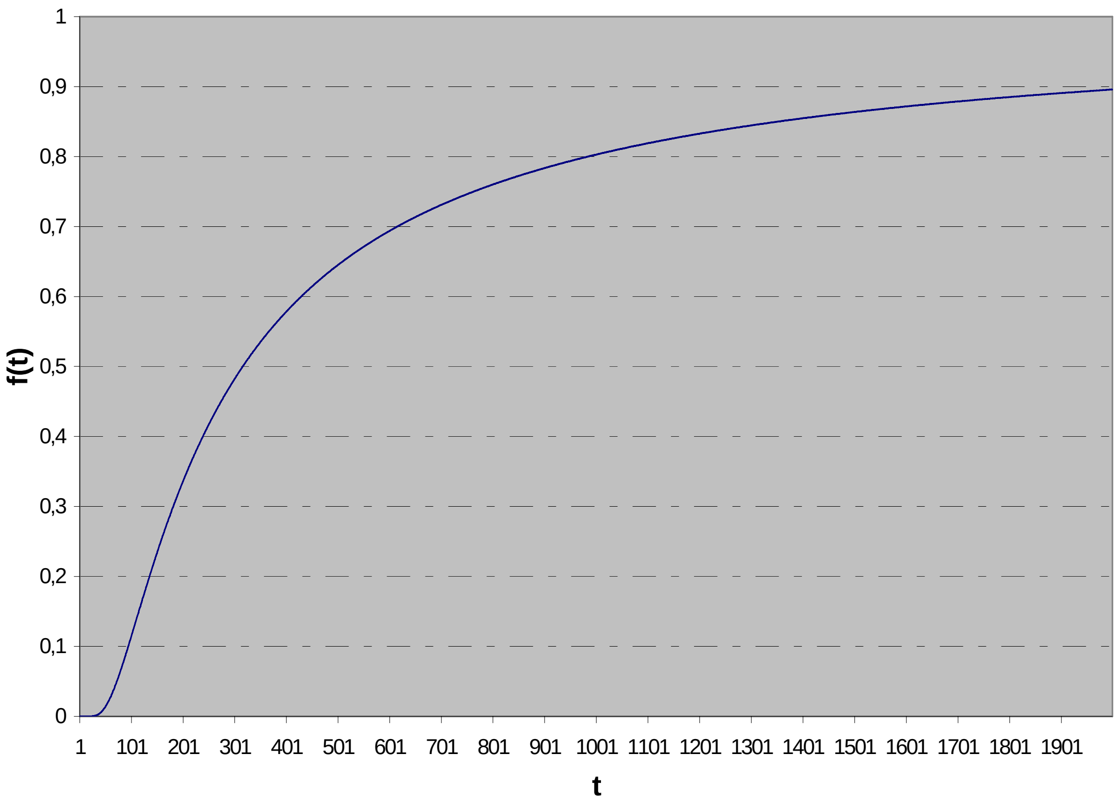
fonction du nombre de publication : P(t) = $11^{-100/t}$



Graphique 2

Probabilité de publier de tous les chercheurs suite à la participation

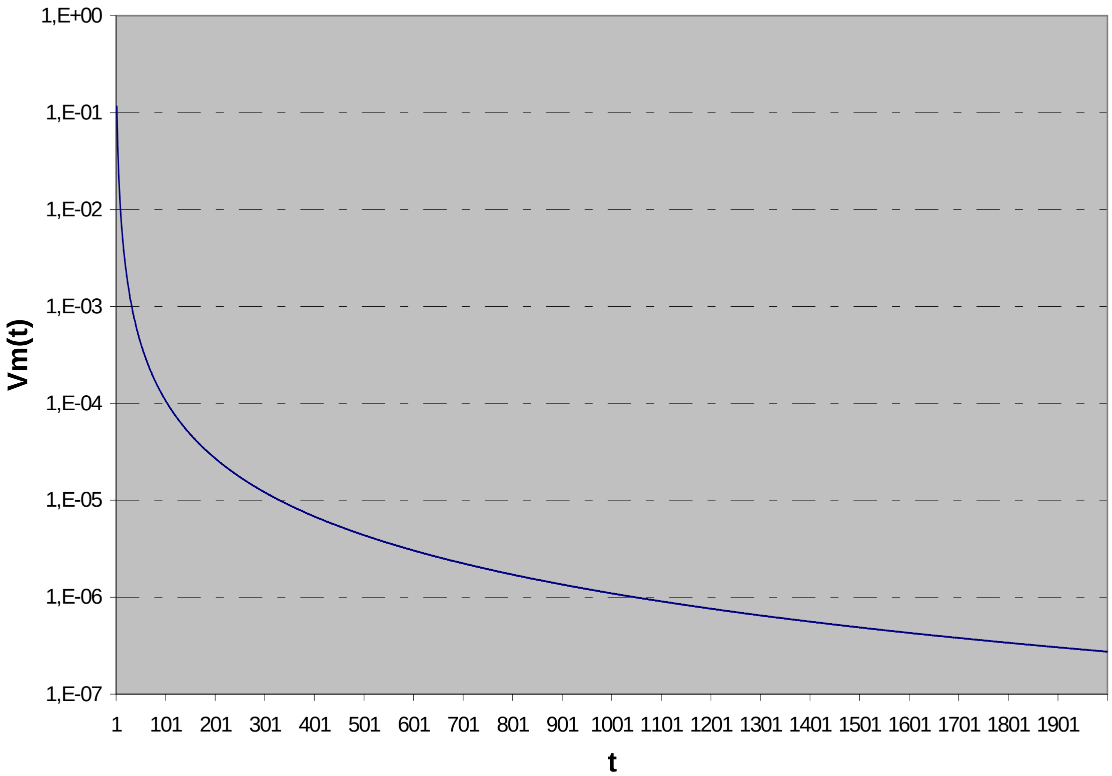
à une conférence ayant « t » participants : $f(\mathrm{t}) = 9^{-100/t}$



Graphique 3

Valeur marginale de publier un papier sachant

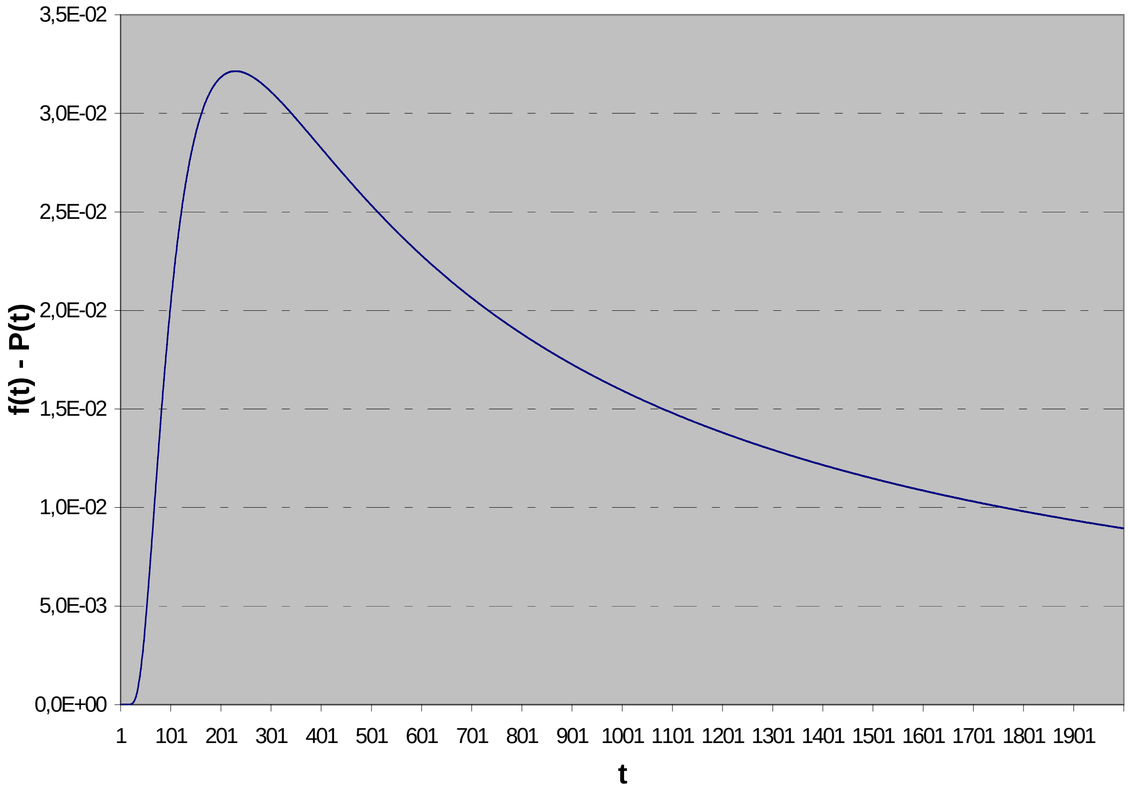
qu'un chercheur a « t » papiers publiés : Vm(t) = $3^{-1/(t+1)} - 3^{-1/t}$



Graphique 4

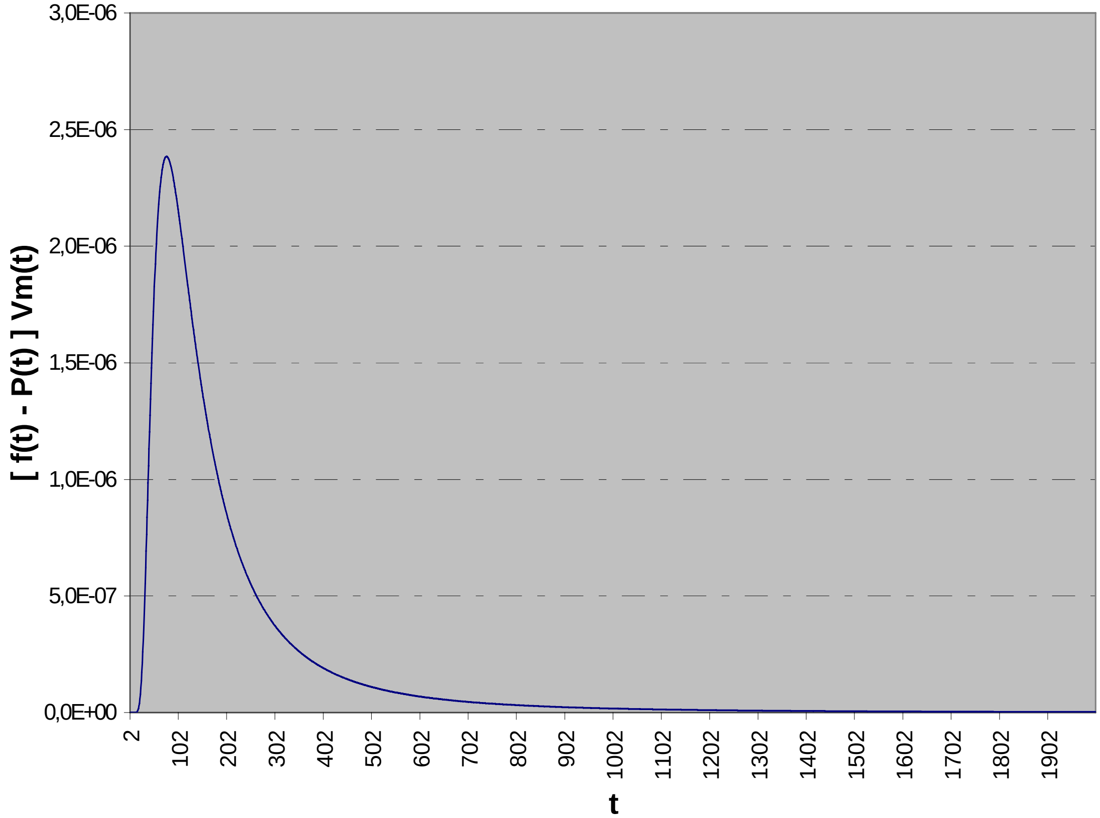
Différence entre la probabilité de publier suite à la participation à une conférence

avec « t » participants et celle sans participation : $f(t) - P(t) = 11^{-100/t} - 9^{-100/t}$



Graphique 5

Utilité « brut » du chercheur « t » : (f (t) - P(t)) · Vm(t)



Nous avons vu précédemment que la condition nécessaire et suffisante pour avoir un NE est $(f(k^*) - P(t_{k^*})) \cdot Vm(t_{k^*}) \geq C > (f(k^*+1) - P(t_{k^*+1})) \cdot Vm(t_{k^*+1})$. Par conséquent, c'est seulement dans la portion décroissante de la fonction que nous pourrons trouver le type k* identifiant le NE. Observons d'abord que la fonction (f (t) - P(t)) · Vm(t) est croissante entre 1 et 77, puis décroissante par la suite. De plus, pour un C = $5x10^{-7}$, la condition est respectée seulement pour le type 263. Ainsi, le type k* = 263.

Nous avons démontré la condition nécessaire et suffisante pour obtenir un équilibre de Nash de la forme (1,…,1,0,…,0). Nous n'avons par contre pas identifié formellement les conditions pour avoir un seul ou plusieurs NE de cette forme.

PROPOSITION 6

Soit le jeu statique en stratégies pures et information complète avec la forme générale de l'effet multiplicatif $e_t(\cdot)$. Soit k ∈ H. H = {k*, k**,…,k*⋯*}, un ensemble où chaque élément est un chercheur « k » tel que le profil des stratégies de tous les chercheurs de l'ensemble représente un équilibre de Nash de la forme : $(1,\ldots,1_{(k-1)},1_{(k)},0_{(k+1)},\ldots,0)$. Par conséquent, il y a un NE pour chaque valeur de « k » où la condition $\left(e_{t_k}(k)-1\right) P(t_k) \cdot Vm(t_k) \geq C > \left(e_{t_{k+1}}(k+1)-1\right) \cdot P(t_{k+1}) \cdot Vm(t_{k+1})$ est respectée. Pour avoir plus d'un NE avec un nombre positif de participants, nous devons avoir la condition nécessaire suivante : ∃ i t.q. $\left(e_{t_{k+i}}(k+i)-1\right) \cdot P(t_{k+i}) \cdot Vm(t_{k+i}) \leq \left(e_{t_{k+i+1}}(k+i+1)-1\right) \cdot P(t_{k+i+1}) \cdot Vm(t_{k+i+1})$ pour au moins un « k » de l'ensemble H. En d'autres mots, cette fonction est croissante sur une partie du domaine. De plus, le NE avec le plus grand nombre de participants est celui dont l'élément « k » de l'ensemble H respecte également la condition nécessaire et suffisante suivante :

$$\left(e_{t_{k+i}}(k+i)-1\right) P(t_{k+i}) \cdot Vm(t_{k+i}) < C \ \forall\, i \in \{1,\ldots, n-k\}.$$

Preuve

Soit $e_t(k) \geq e_{t+1}(k)$, $e_t(k) < e_t(k+1)$ et $P(t) \cdot Vm(t) > P(t+1) \cdot Vm(t+1)$. Nous avons démontré par la proposition 1 qu'il y a un NE de la forme $(1,\ldots,1_{(k)},0,\ldots,0)$, lorsque l'on observe :

$$\left(e_{t_k}(k)-1\right) P(t_k) \cdot Vm(t_k) \geq C > \left(e_{t_{k+1}}(k+1)-1\right) \cdot P(t_{k+1}) \cdot Vm(t_{k+1}) \qquad (1)$$

Ainsi, nous avons un élément « k » dans l'ensemble H pour chaque nombre naturel qui respecte la condition (1). Dans ce cas, la conférence a « k » participants et le chercheur le plus expérimenté de la conférence a un type avec « t_k » publications.

Posons H = {k*, k**} et k* < k**.

Il existe deux éléments dans H et donc deux équilibres de Nash avec un nombre positif de participants. Nous avons nécessairement les deux conditions :

$$\left(e_{t_{k^*}}(k^*)-1\right) \mathrm{P}(\mathrm{t}_{k^*}) \cdot \mathrm{Vm}(\mathrm{t}_{k^*}) \geq \mathrm{C} > \left(e_{t_{k^*+1}}(k^*+1)-1\right)\cdot P(t_{k^*+1})\cdot Vm(t_{k^*+1}) \qquad (2)$$

$$\left(e_{t_{k^{**}}}(k^{**})-1\right)\mathrm{P}(\mathrm{t}_{k^{**}})\cdot\mathrm{Vm}(\mathrm{t}_{k^{**}}) \geq \mathrm{C} > \left(e_{t_{k^{**}+1}}(k^{**}+1)-1\right)\cdot P(t_{k^{**}+1})\cdot Vm(t_{k^{**}+1}) . \qquad (3)$$

Ainsi, nous avons nécessairement $\exists$ i $\in$ (1,…,k**-k*-1) tel que :

$$\left(e_{t_{k^*+i}}(k^*+i)-1\right)\cdot P(t_{k^*+i})\cdot Vm(t_{k^*+i}) \leq \left(e_{t_{k^*+i+1}}(k^*+i+1)-1\right)\cdot P(t_{k^*+i+1})\cdot Vm(t_{k^*+i+1}) \qquad (4)$$

Cette dernière condition est nécessaire pour que la fonction $\left(e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)-1\right)$ ·P(t)·Vm(t) soit croissante entre « k*+1 » et « k** ». En outre, la condition (3) est suffisante pour obtenir un NE avec k** participants et il est nécessaire que la fonction $\left(e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)-1\right)$ ·P(t)·Vm(t) croisse pour une partie du domaine entre 2 NE, si

$$\mathrm{C} > \left(e_{t_{k^{**}+1}}(k^{**}+1)-1\right)\cdot P(t_{k^{**}+1})\cdot Vm(t_{k^{**}+1}) .$$

Finalement, dans notre exemple il n'y a que deux éléments dans l'ensemble H, alors nous avons nécessairement :

$$\left(e_{t_{k^{**}+i}}(k^{**}+i)-1\right) \mathrm{P}(\mathrm{t}_{k^{**}+\mathrm{i}}) \cdot \mathrm{Vm}(\mathrm{t}_{k^{**}+\mathrm{i}}) < \mathrm{C}\ \forall\ \mathrm{i} \in \{1,\dots,\mathrm{n}-\mathrm{k}^{**}\}. \quad (5)$$

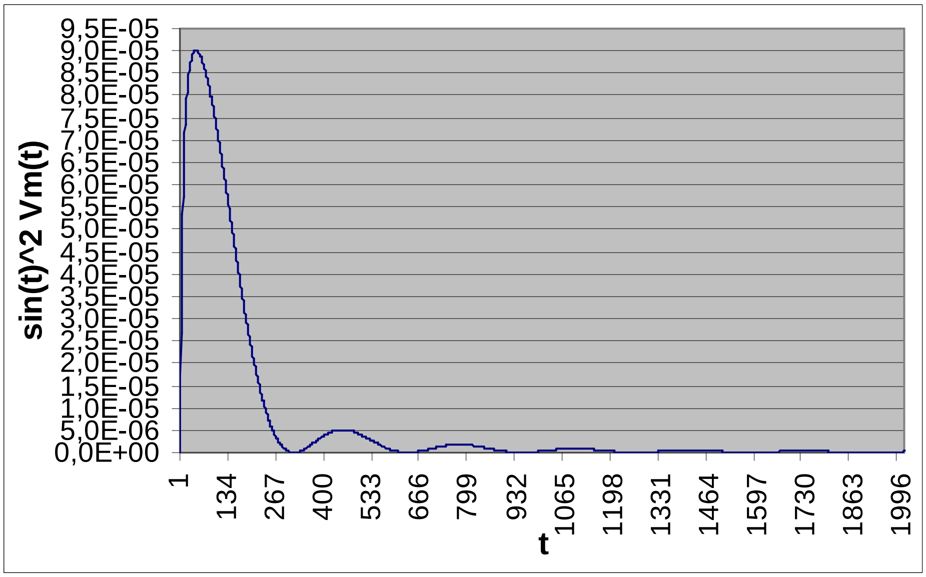
Cette inégalité est la condition nécessaire et suffisante pour que la condition (1) ne soit pas respecté pour une partie du domaine, ainsi elle identifie le NE avec le plus grand nombre de participants.

Graphiquement, chaque fois que la fonction $\left(e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)-1\right)$ ·P(t)·Vm(t) est décroissante ou ne varie pas tout en croisant le coût de participation, nous avons un NE.

Afin d'illustrer cette possibilité, posons que $\left(e_{t_k}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)-1\right)$ · $P(t_k) = \sin^2(t_k)$. Cette forme semble tout à fait possible car la fonction P(t) est croissante alors que la fonction $e_t(k)$ est décroissante par rapport au type. Avec des fonctions P(t) et $e_t(k)$ approprié, nous pourrions théoriquement obtenir une forme sinusoïdale. De plus, utilisons $Vm(t) = 3^{(-1/t+1)} - 3^{(-1/t)}$. La fonction $\sin^2(t) \cdot Vm(t)$ donne graphiquement :

Graphique 6

Exemple graphique de l'existence de plusieurs NE



Avec $C = 5x10^{-6}$, nous avons deux NE où k* = 257 et k** = 466.

Voyons une interprétation intuitive expliquant l'allure sinusoïdale de la fonction $\left(e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) - 1\right) \cdot$ P(t). Tout d'abord, si l'on considère les fonctions $\left(e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) - 1\right)$ et P(t) comme continuent, alors pour observer une variation d'allure sinusoïdale, la fonction P(t) ou $e_t(k)$ doivent avoir une variation du signe de leur dérivée seconde. En premier lieu, cette variation de la fonction P(t) pourrait s'interpréter comme le changement des conditions de recherche associées aux promotions qu'un chercheur obtient de façon discontinue tout au long de sa carrière. Ainsi, comme les conditions de recherche changent, la probabilité de publier en serait affectée. En second lieu, la variation de la fonction $\left(e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) - 1\right)$ pourrait s'interpréter soit par un changement de l'efficacité des échanges pour certaines tailles de groupes ou bien l'existence de tailles discontinues d'infrastructures pour accueillir les conférences. Or, cette discontinuité rendrait la tenu d'une conférence d'un certain nombre de participants problématique. Cette situation pourrait alors réduire l'efficacité des échanges des participants, diminuant ainsi les gains marginaux du groupe de participants à l'ajout de participants supplémentaires.

À partir des fonctions de paiement et des meilleures réponses du lemme 1, il est également possible de trouver le nombre minimal de participants à une conférence pour qu'un chercheur soit incité à participer à la conférence.

Définition

Soit $\hat{g}_{t_i}$: $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{R} \Rightarrow (e_{t_i}(\hat{g}_{t_i}) - 1)\, P(t_i)Vm(t_i) = C$

$\hat{g}_{t_i}$ est le nombre critique de participants nécessaire pour que le gain net de la participation du chercheur « i » soit égal à son coût de participation.

Étant donné que les participants sont indivisibles posons :

$g^*_{t_i}$: $\mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N} \Rightarrow (e_{t_i}(g^*_{t_i}) - 1)\, P(t_i)Vm(t_i) \geq C > (e_{t_i}(g^*_{t_i} - 1) - 1)\, P(t_i)Vm(t_i)$ (1)

$g^*_{t_i}$ est une fonction déterminant le nombre entier de participants minimum nécessaire pour que le chercheur « i » participe à une conférence.

Il existe un « α » où 0 < α < 1, tel que :

$$e_{t_i}(\hat{g}_{t_i}) = \alpha\ e_{t_i}(g^*_{t_i}) + (1-\alpha)\ e_{t_i}(g^*_{t_i} - 1)$$

En outre, nous avons : $\{ [\alpha\ e_{t_i}(g^*_{t_i}) + (1-\alpha)\ e_{t_i}(g^*_{t_i} - 1)] - 1 \}\, P(t_i)Vm(t_i) = C$ (2)

PROPOSITION 7

Soit $P(t_i)Vm(t_i) > P(t_j)\ Vm(t_j)\ \forall\ i < j$. Soit $e_{t_i}(k) \geq e_{t_j}(k)\ \forall\ i < j$. Soit $e_{t_i}(k) < e_{t_i}(k+1)\ \forall\ i$.

Nous avons nécessairement que $g^*_{t_j} \geq g^*_{t_i}\ \forall\ i < j$.

Preuve

Soit i < j, alors :

$$e_{t_j}(g^*_{t_j}) \geq 1 + C/P(t_j)Vm(t_j) > 1 + C/P(t_i)Vm(t_i) > e_{t_i}(g^*_{t_i} - 1) \geq e_{t_j}(g^*_{t_i} - 1)$$

La première inégalité vient de la condition (1) pour $g^*_{t_j}$. La deuxième inégalité vient de l'hypothèse $P(t_i)Vm(t_i) > P(t_j)\ Vm(t_j)\ \forall\ i < j$. La troisième inégalité vient de la condition (1) pour $g^*_{t_i}$. La quatrième inégalité vient de l'hypothèse $e_{t_i}(k) \geq e_{t_j}(k)\ \forall\ i < j$.

Au total : $e_{t_j}(g^*_{t_j}) > e_{t_j}(g^*_{t_i} - 1)$.

Comme nous avons $e_{t_i}(k) < e_{t_i}(k+1)$ par hypothèse, alors $g^*_{t_j} > g^*_{t_i} - 1$

Comme $g^*_{t_i}$ est un nombre entier par définition, alors $g^*_{t_j} \geq g^*_{t_i}$.

C.Q.F.D.

Plus le type d'un chercheur est élevé, plus le nombre de participants minimum pour que ce dernier participe à la conférence est élevé. Il est donc possible d'exprimer les meilleures réponses en fonction du nombre minimum de participants de montrer la condition pour avoir un NE de la forme (1,…,1,0,…,0) et celle identifiant le NE avec le plus de participants.

Lemme 3

Soit a ∈ A et i ∈ N

(i) La meilleure réponse du chercheur « i » est $a_i = 1$ lorsque $g^*_{t_i} \leq \sum_{j=1}^{n} a_j$.

(ii) La meilleure réponse du chercheur « i » est $a_i = 0$ lorsque $g^*_{t_i} > \sum_{j=1}^{n} a_j$.

Soit une fonction d'utilité et une distribution des types des chercheurs tel que le profil des stratégies $a^* = (1,\ldots,1_{(k^*)},0_{(k^*+1)},\ldots,0)$ est un NE avec k* comme le plus grand nombre de participants. Voici les conditions nécessaires et suffisantes :

$$\left(e_{t_{k^*}}(k^*)-1\right) P(t_{k^*})\cdot Vm(t_{k^*}) \geq C > \left(e_{t_{k^*+1}}(k^*+1)-1\right)\cdot P(t_{k^*+1})\cdot Vm(t_{k^*+1}) \text{ et}$$

$$\left(e_{t_{k^*+i}}(k^*+i)-1\right) P(t_{k^*+i})\cdot Vm(t_{k^*+i}) < C \;\forall\, i \in \{1,\ldots, n-k^*\}.$$

Par conséquent, selon (i) et (ii) nous avons $g^*_{t_{k^*}} \leq \sum_{j=1}^{n} a_j$ et $g^*_{t_{k^*+i}} > \sum_{j=1}^{n} a_j \;\forall\, i \in \{1,\ldots,n-k^*\}$.

C.Q.F.D.

Nous ne pouvons démontrer lequel des NE sera atteint s'il en existe plusieurs. Complétons notre analyse avec le jeu statique en information complète et stratégies mixtes.

MODÈLE EN STRATÉGIES MIXTES

Jusqu'à présent, nous avons trouvé les conditions nécessaires pour qu'il existe un ou plusieurs équilibres de Nash avec le jeu en stratégies pures et information complète. Les équilibres en stratégies pures de notre modèle impliquent qu'un chercheur qui participe à une conférence échange nécessairement 100% des idées de ses travaux. Il demeure logiquement et véritablement possible qu'un chercheur participe à une conférence sans pour autant échanger toutes ses idées originales. Or, l'échange partiel d'une idée peut s'analyser par l'intermédiaire des stratégies mixtes.

En stratégies pures, le chercheur « i » choisit une action dans l'ensemble $A_i = \{1,0\}$ où a_i=1 implique une participation à la conférence et a_i=0 implique aucune participation à la conférence. Une stratégie mixte est une distribution de probabilités sur ses actions. Elle s'écrit (p_i,1-p_i), où p_i est la probabilité que le chercheur « i » participe à la conférence (qu'il choisisse a_i = 1) et 1-p_i est la probabilité que le chercheur « i » ne participe pas à la conférence (qu'il choisisse a_i = 0). Ce traitement a le mérite d'inclure tous les cas intermédiaires en plus des stratégies pures, car la stratégie pure devient ici un cas particulier des stratégies mixtes. Par exemple, p_i=1 implique la stratégie pure a_i=1 où le chercheur choisie de participer avec une probabilité de 100%. Finalement, la stratégie mixte (0.5, 0.5) peut s'interpréter comme la probabilité de 50% à laquelle le chercheur participe à la conférence ou bien que le chercheur participe à la conférence, mais qu'il échange seulement 50% de ses idées.

Soit la forme normale du jeu $G = \{ S_1,\ldots,S_n;u_1,\ldots,u_n \}$, $S_i = \{1,0\}$. Une stratégie mixte du chercheur « i » est une distribution de probabilité $P_i = (p_i,1-p_i)$ où $0 \leq p_i \leq 1$.

La fonction d'utilité u_i dépend de la stratégie mixte du chercheur « i » et du nombre de participants à la conférence. À partir de la stratégie mixte de chacun des « n-1 » chercheurs différents de « i », il existe une probabilité $Pr_i(k)$ qui renvoie la probabilité que le chercheur « i » observe « k » participants à la conférence si ce dernier considère qu'il participe lui-même à la conférence.

Soit les stratégies mixtes des « n » chercheurs : (P_1,…, P_i,…, P_n)

Soit $Pr_i(k) = \sum_{i \in S \subseteq N, |S|=k,} \prod_{j \in S \setminus \{i\}} p_j \prod_{j \in N \setminus S} (1 - p_j)$

où $0 \leq Pr_i(k) \leq 1 \; \forall \, k \in (1,\ldots,n)$ et $\sum_{k=0}^{n} \Pr_i(k) = 1$

Où $Pr_i(k)$ est la somme de l'ensemble des combinaisons de probabilités jointes de stratégies mixtes donnant une conférence avec « k » participants lorsque l'on considère que le chercheur « i » participe avec certitude. Voyons quelques exemples.

$\Pr_i(1) = \prod_{j=1, j\neq i}^{n} (1-p_j)$

En effet, comme le chercheur « i » participe, la seule combinaison des stratégies des autres chercheurs donnant une conférence avec un seul participant est la non participation des « n-1 » autres chercheurs.

$\Pr_i(2) = p_1 \cdot \prod_{j=2}^{n} (1-p_j) + p_2 \cdot \prod_{j=1, j\neq 2}^{n} (1-p_j) + p_3 \cdot \prod_{j=1, j\neq 3}^{n} (1-p_j) + \ldots + p_n \cdot \prod_{j=1}^{n-1} (1-p_j)$ -

$p_i \cdot \prod_{j=1, j\neq i}^{n} (1-p_j)$

On observe ici que l'on somme l'ensemble des combinaisons de stratégies donnant effectivement deux participants à la conférence. Étant donné que le chercheur « i » considère avec certitude sa propre participation, alors il y a « n-1 » groupes de 2 chercheurs possibles dont la probabilité respective d'être observée dépend de la stratégie mixte de chacun des autres « n-1 » chercheurs.

$\Pr_i(n) = \prod_{j=1, j\neq i}^{n} p_j$

La probabilité d'observer une conférence avec « n » participants est la probabilité jointe d'observer que chaque chercheur de l'ensemble participe à la conférence.

Finalement, $\Pr_i(0) = 0$

En effet, comme le chercheur « i » considère comme donnée sa propre participation à la conférence, alors la probabilité est nulle qu'il n'observe aucun participant.

Les distributions $\Pr_i(k)$ et $\Pr_j(k)$ sont générées à partir des stratégies mixtes des mêmes « n-2 » chercheurs. La seule différence est au niveau des chercheurs « i » et « j ». En effet, la distribution $\Pr_i(k)$ prend pour acquis que le chercheur « i » participe et il inclut la stratégie mixte du chercheur « j ». Inversement, la distribution $\Pr_j(k)$ prend pour acquis que le chercheur « j » participe et il inclut la stratégie mixte du chercheur « i ». Nous utiliserons cette propriété dans les preuves suivantes.

L'espérance de paiement du chercheur « i » qui choisit la stratégie mixte (p_i,1-p_i), alors qu'il prend comme donnée les stratégies mixtes des autres « n-1 » chercheurs :

$$v_i(P_1,\ldots, P_i,\ldots, P_n) = p_i \cdot \left[\left(\sum_{k=1}^{n} \Pr{}_i(k) \cdot e_{t_i}(k) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i)\right) - C\right] + (1-p_i) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i)$$

Où $\left[\left(\sum_{k=1}^{n} \Pr{}_i(k) \cdot e_{t_i}(k) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i)\right) - C\right]$ est le paiement espéré du chercheur « i » s'il choisit p_i=1. Ce dernier est indifférent à l'ensemble des stratégies mixtes lorsqu'il observe :

$$\left[\left(\sum_{k=1}^{n} \Pr{}_i(k) \cdot e_{t_i}(k) \cdot P(t_i) \cdot Vm(t_i)\right) - C\right] = P(t_i) \cdot Vm(t_i)$$

$$\Rightarrow -\mathrm{C} + P(t_i) \cdot Vm(t_i) \cdot \sum_{k=1}^{n} \Pr{}_i\ (k) \cdot e_{t_i}(k) = P(t_i) \cdot Vm(t_i)$$

$$\Rightarrow P(t_i) \cdot Vm(t_i) \cdot \sum_{k=1}^{n} \Pr{}_i\ (k) \cdot e_{t_i}(k) = P(t_i) \cdot Vm(t_i) + \mathrm{C}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=1}^{n} \Pr{}_i\ (k) \cdot e_{t_i}(k) = \frac{P(t_i) \cdot Vm(t_i) + C}{P(t_i) \cdot Vm(t_i)} \Rightarrow \sum_{k=1}^{n} \Pr{}_i\ (k) \cdot e_{t_i}(k) = 1 + \frac{C}{P(t_i) \cdot Vm(t_i)}$$

Soit $E[e_{t_i}] = \sum_{k=1}^{n} \Pr{}_i\ (k) \cdot e_{t_i}(k)$, l'espérance de l'effet multiplicatif du chercheur « i » étant donnée une distribution de la probabilité du nombre de participants à la conférence.

Nous obtenons : $E[e_{t_i}] = 1 + \dfrac{C}{P(t_i) \cdot Vm(t_i)}$

Formellement, nous avons un équilibre de Nash en stratégies mixtes lorsque : $v_i\left(p_1^*,\ldots,p_i^*,\ldots,p_n^*\right) \geq v_i\left(p_1^*,\ldots,p'_i,\ldots,p_n^*\right)$ $\forall$ i $\in$ {1,…,n}

Les stratégies mixtes (P_1,…,P_n) représente un équilibre de Nash en stratégies mixtes lorsque chacune des stratégies mixtes des « i » joueurs sont les meilleures réponses aux stratégies mixtes des autres « n-1 » joueurs.

Soit $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \geq e_{t+1}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$ et P(t)·Vm(t) > P(t +1)·Vm(t +1), la fonction de meilleure réponse est ∀ i ∈ {1,…,n}:

$$R_i(E[e_{t_i}]) = \begin{cases} 0 \leq p_i^* \leq 1 & \text{Si } E[e_{t_i}] = 1 + C/P(t_i)\cdot Vm(t_i) \\ p_i^* = 0 & \text{Si } E[e_{t_i}] < 1 + C/P(t_i)\cdot Vm(t_i) \\ p_i^* = 1 & \text{Si } E[e_{t_i}] > 1 + C/P(t_i)\cdot Vm(t_i) \end{cases}$$

PROPOSITION 8

Tous les NE en stratégies pures sont également des NE en stratégies mixtes.

Preuve

Soit a* = (1,…,1,0,…,0) où $\sum_{j=1}^{n} a_j$ = k*, un équilibre de Nash en stratégies pures.

Soit les hypothèses $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) \geq e_{t+1}\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)$, P(t)·Vm(t) > P(t +1)·Vm(t +1) et la condition $\left(e_{t_{k*}}(k*)-1\right)$ P(t_{k*}) · Vm(t_{k*}) ≥ C > $\left(e_{t_{k*+1}}(k*+1)-1\right)\cdot P(t_{k*+1})\cdot Vm(t_{k*+1})$.

Le vecteur de stratégies pures (1,…,1,0,…,0) peut être interprété comme un vecteur de stratégies mixtes où p_i = 1 ∀ i ∈ {1,…,k*} et p_j = 0 ∀ j ∈ {k*+1,…,n}. Dans ce cas, nous obtenons : $E[e_{t_i}] = e_{t_i}(k*)$. En remplaçant dans la fonction de meilleure réponse et considérant les conditions précédentes, chaque stratégie mixte respecte la fonction de meilleure réponse. a* est donc un équilibre en stratégies mixtes.

C.Q.F.D.

Voyons quelles sont les conditions pour obtenir un équilibre de Nash en stratégies mixtes différents que les NE en stratégies pures.

PROPOSITION 9

Soit l'effet multiplicatif $e_{t_i}(k) \geq e_{t_j}(k) \; \forall$ i < j. Soit un profil de stratégies mixtes p* = (1,..,1,p_j,..,p_q,0,..,0). p* est un NE, si et seulement si ce profil donne des distributions de probabilités $Pr_i(k)$ pour chacun des chercheurs tel que les trois conditions nécessaires suivantes sont respectées :

$$(E[e_{t_{j-1}}]-1) \cdot P(t_{j-1})Vm(t_{j-1}) > (E[e_{t_j}]-1) \cdot P(t_j)Vm(t_j) = C \qquad (1)$$

$$\frac{E[e_i]-1}{E[e_j]-1} = \frac{P(t_j)Vm(t_j)}{P(t_i)Vm(t_i)} \; \forall \, i \in \{j+1,\ldots,q\} \qquad (2)$$

$$\frac{E[e_{q-1}]-1}{E[e_q]-1} \cdot \frac{P(t_{q-1})Vm(t_{q-1})}{P(t_q)Vm(t_q)} > 1. \qquad (3)$$

Il découle de (1), (2) et (3) que $p_j > p_q \; \forall$ j < q.

Preuve

Soit p* = (1,..,1,p_j,..,p_q,0,..,0), un NE en stratégies mixtes où :

$$E[e_{t_i}] > 1 + C/P(t_i) \cdot Vm(t_i) \; \forall \, i \in \{1,\ldots,j-1\}$$

$$E[e_{t_i}] = 1 + C/P(t_i) \cdot Vm(t_i) \; \forall \, i \in \{j,\ldots,q\}$$

$$E[e_{t_i}] < 1 + C/P(t_i) \cdot Vm(t_i) \; \forall \, i \in \{q+1,\ldots,n\}$$

Par définition, $E[e_{t_i}] = \sum_{k=1}^{n} \Pr_i(k) \cdot e_{t_i}(k)$.

Soit $\sum_{k=1}^{n} \Pr_i(k) \cdot k = E_i[k]$: l'espérance du nombre de participants à la conférence selon le point de vue du chercheur « i ». Nous utiliserons cette espérance pour comparer les distributions $Pr_i(k)$ entre les chercheurs.

Soit $e_{t_i}(k) \geq e_{t_j}(k) \; \forall$ i < j et $e_{t_i}(k) < e_{t_i}(k+1)$. Si tous les chercheurs entre 1 et j-1 choisissent la même stratégie, alors les distributions $Pr_i(k)$ sont les mêmes. Nous avons donc nécessairement $E_i[k] = E_{j-1}[k] \; \forall \, i \in \{1,\ldots,j-2\}$.

Il en découle qu'avec $e_{t_i}(k) \geq e_{t_j}(k)$ ∀ i < j, nous avons $\sum_{k=1}^{n} \Pr_i(k) \cdot e_{t_i}(k)$ décroissant entre i et j. Comme $P(t_i)Vm(t_i) > P(t_j)Vm(t_j)$ ∀ i < j, alors nous avons :

$(E[e_{t_i}]-1) \cdot P(t_i)Vm(t_i) > (E[e_{t_j}]-1) \cdot P(t_j)Vm(t_j)$ ∀ i ∈ {1,…,j-1}.

Par conséquent, si la meilleure réponse du chercheur « j » est $p_j=1$, alors tous les chercheurs avec un type inférieur ont également $p_i=1$ comme meilleure réponse.

Puis, $(E[e_{t_{j-1}}]-1) \cdot P(t_{j-1})Vm(t_{j-1}) > (E[e_{t_j}]-1) \cdot P(t_j)Vm(t_j) = C$ (1)

$$\Rightarrow \frac{E[e_{t_{j-1}}]-1}{E[e_{t_j}]-1} > \frac{P(t_j)Vm(t_j)}{P(t_{j-1})Vm(t_{j-1})} \qquad (1^*)$$

Cette condition est nécessaire pour avoir $p_{j-1}=1$ et $p_j<1$.

Si $p_j < p_{j-1} = 1$, nous avons nécessairement $E_{j-1}[k] < E_j[k]$, car la distributions $\Pr_{j-1}(k)$ inclut la stratégie mixte du chercheur « j », mais pas celle de « j-1 », contrairement à la distribution $\Pr_j(k)$ qui inclut la stratégie mixte du chercheur « j-1 », mais pas celle de « j ». Puisque $e_{t_{j-1}}(k) \geq e_{t_j}(k)$, alors l'évolution de $\sum_{k=1}^{n} \Pr_i(k) \cdot e_{t_i}(k)$ est incertaine. Par conséquent, la condition (1*) demeure nécessaire pour avoir (1).

À partir du type « j » nous avons : $E[e_{t_i}] = 1 + C / P(t_i) \cdot Vm(t_i)$ ∀ i ∈ {j,…,q}, où

$(E[e_{t_i}]-1) \cdot P(t_i)Vm(t_i) = (E[e_{t_j}]-1) \cdot P(t_j)Vm(t_j) = C$ ∀ i ∈ {j,…,q}.

Ainsi, la condition suivante est nécessaire :

$$\frac{E[e_i]-1}{E[e_j]-1} \cdot \frac{P(t_i)Vm(t_i)}{P(t_j)Vm(t_j)} = 1 \Rightarrow \frac{E[e_i]-1}{E[e_j]-1} = \frac{P(t_j)Vm(t_j)}{P(t_i)Vm(t_i)} \qquad (2)$$

Comme $P(t_i)Vm(t_i) > P(t_j)Vm(t_j)$ ∀ i < j, il est nécessaire d'avoir des distributions Pr(k) tel que $E[e_{t_j}] > E[e_{t_i}]$. Comme $\Pr_j(k)$ inclut p_i mais pas p_j, alors que $\Pr_i(k)$ inclut p_j mais pas p_i et que toutes les autres stratégies mixtes sont communes aux deux distributions, nous devons avoir $p_i > p_j$ ∀ i < j pour les types entre j et q inclusivement.

Bref, avec $e_{t_i}(k) \geq e_{t_j}(k)\, \forall$ i < j, $p_i > p_j$ est une condition nécessaire et suffisante pour obtenir $E[e_{t_j}] > E[e_{t_i}]$ $\forall$ i < j.

Finalement, nous avons $E[e_{t_i}] < 1 + C/P(t_i)\cdot Vm(t_i)$ $\forall$ i $\in$ {q+1,…,n}. Nous devons d'abord avoir ($E[e_{t_{q-1}}]$-1) · $P(t_{q-1})Vm(t_{q-1})$ > ($E[e_{t_q}]$-1) · $P(t_q)Vm(t_q)$

$$\Rightarrow \frac{E[e_{q-1}]-1}{E[e_q]-1} \cdot \frac{P(t_{q-1})Vm(t_{q-1})}{P(t_q)Vm(t_q)} > 1 \qquad (3)$$

Par hypothèse, $\frac{P(t_{q-1})Vm(t_{q-1})}{P(t_q)Vm(t_q)} > 1$ et $e_{t_i}(k) \geq e_{t_j}(k)$ $\forall$ i < j. Si $p_{q-1} > p_q = 0$, alors $E_{q-1}[k] < E_q[k]$. La condition n'est pas nécessairement respectée, alors la condition (3) est nécessaire et suffisante pour obtenir $p_{q-1} > p_q = 0$.

Puis, tous les chercheurs choisissent la même stratégie mixte $p_i = 0$. Comme nous avons nécessairement les mêmes distributions, alors $E_i[k] = E_n[k]$ $\forall$ i $\in$ {q+1,…,n}.

Comme $P(t_i)Vm(t_i) > P(t_j)Vm(t_j)$ et $e_{t_i}(k) \geq e_{t_j}(k)$ $\forall$ i < j nous avons nécessairement

(E[e_i] -1) · $P(t_i)Vm(t_i)$ > (E[e_{i+1}] -1) · $P(t_{i+1})Vm(t_{i+1})$ $\forall$ i $\in$ {q,…,n-1}.

Donc tous les chercheurs avec un type supérieur à « q » ne participent pas si la condition (3) est respectée.

C.Q.F.D.

SYSTÈME DE TRANSFERTS

Nous avons observé qu'une partie des chercheurs obtiennent un surplus d'utilité grâce à leur participation à une conférence. De plus, les chercheurs qui ne participent pas ont nécessairement besoin d'un transfert monétaire ou d'un remboursement sur le coût de participation pour être incités à participer à la conférence. Il serait possible de mettre en place un système transfert asymétrique selon l'expérience des chercheurs afin d'éviter tout surplus et de s'assurer qu'un maximum de chercheurs participent à la conférence. Ce système de transfert nous permettrait d'augmenter le nombre de participants sans influencer le choix initial des participants.

En plus d'augmenter le nombre de participants aux conférences, un système de transfert ou de subvention permet d'augmenter la probabilité de publier de tous les chercheurs qui participent. Or, si l'on considère que la probabilité de publier est une approximation de la qualité des papiers, ce système permettrait d'augmenter la qualité globale de la recherche et donc de l'avancement de la science, ce qui, au point de vue social, est une amélioration non négligeable.

Nous allons démontrer l'effet d'un transfert dans le jeu statique en stratégies pures et information complète avec l'effet multiplicatif particulier *f*(k) où il n'existe qu'un seul NE avec k* participants. Le problème se pose comme suit.

À partir d'un NE de la forme (1,…,1,0,…,0) avec k* participants, est-ce que la participation du chercheur k*+1 dégage un surplus suffisamment grand (net de l'option externe) des k* participants pour compenser la perte d'utilité net issue de la participation de celui-ci? Si oui, il est alors théoriquement possible de transférer les surplus excédentaires induis par la participation du chercheur supplémentaire afin de compenser la perte net de celui-ci. De plus, combien de chercheurs serait-il possible d'ajouter à la conférence avec un système de tarification et d'incitation discriminatoire?

<u>PROPOSITION 10</u>

Soit l'effet multiplicatif $e_t\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) = \dfrac{f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right)}{P(t)}$. Soit un NE de la forme (1,…,1,0,…,0) avec le plus grand NE avec k* participants. Il est possible d'obtenir une conférence avec $\hat{k}$ participants où $\hat{k}$ > k*. Un système de transfert par tarification et incitation asymétriques des chercheurs le permet si les conditions nécessaires suivantes sont respectées :

- La somme des surplus n'est pas marginalement croissante.
- Le transfert pour inciter un chercheur supplémentaire est croissant.

Preuve

Soit la condition de participation avec la forme particulière de l'effet multiplicatif :

$$\left(f\left(\sum_{j=1}^{n} a_j\right) - P(t)\right) \cdot Vm(t) \geq \text{C}.$$

Soit S_i : le surplus du chercheur « i ».

Soit la somme des surplus des k* chercheurs de l'équilibre de Nash à k* participants :

$$\sum_{i=1}^{k^*} S_i = \sum_{i=1}^{k^*}\left(\left(f(k^*) - P(t_i)\right) Vm(t_i) - C\right)$$

Comme la conférence avec « k* » participants est un NE, alors le chercheur k*+1 n'a pas intérêt à participer. Nous avons nécessairement :

$$\{ f(k^*+1) - P(t_{k^*+1}) \} \cdot Vm(t_{k^*+1}) < C$$

Par conséquent, pour que le chercheur k*+1 ait une incitation à participer, il doit recevoir un transfert monétaire « T » par lequel il obtiendrait :

$$\{ f(k^*+1) - P(t_{k^*+1}) \} \cdot Vm(t_{k^*+1}) + T \geq C \Rightarrow T \geq C - \{ f(k^*+1) - P(t_{k^*+1}) \} \cdot Vm(t_{k^*+1})$$

Le transfert peut provenir d'une tarification asymétrique retirant tous les surplus des chercheurs qui participent à la conférence. Comme l'objectif du système est de maximiser le nombre de participants supplémentaires, alors nous minimisons le transfert pour chacun des chercheurs. Par exemple, voici le transfert minimum nécessaire à l'incitation du chercheur k*+1 alors qu'il y aurait k*+1 chercheur à la conférence :

$$T_{k^*+1} = C - \{ f(k^*+1) - P(t_{k^*+1}) \} \cdot Vm(t_{k^*+1})$$

La condition nécessaire et suffisante permettant d'inciter la participation du chercheur k*+1 est que tous les surplus supplémentaires dégagés chez les k* participants soient supérieurs ou égaux au transfert T. Formellement :

$$\sum_{i=1}^{k^*}\left(\left(f(k^*+1) - P(t_i)\right) Vm(t_i) - C\right) \geq T_{k^*+1}$$

Comme le transfert est tiré à même les surplus de tous les participants, alors le nombre maximum de participants peut être trouvé en identifiant le chercheur $\hat{k}$ où :

$$\sum_{i=1}^{\hat{k}} S_i \geq 0 > \sum_{i=1}^{\hat{k}+j} S_i \ \ \forall \text{ j} \in \{1,\ldots, \text{n-}\hat{k}\}$$

Pour qu'il existe un chercheur $\hat{k}$, il est suffisant que la somme des surplus ne soit pas marginalement croissante avec l'augmentation du nombre de participants à partir de $\hat{k}$ et que le transfert « T » soit croissant avec le type du chercheur. Ainsi, le transfert T_k est croissant si la fonction { f(k) - P(t_k) }· Vm(t_k) est décroissante en « k ». La fonction Vm(t) est par définition décroissante. Par conséquent, si f(k+i) - P(t_{k+i}) est décroissant pour tous « i » $\in$ N, alors le transfert T_k est croissant à partir du chercheur « k ». Finalement, si la fonction f(k) est concave pour tous les chercheurs à partir du chercheur $\hat{k}$, alors la somme des surplus sera également concave.

C.Q.F.D.

En considérant strictement les intérêts des chercheurs, ce système a le désavantage de diminuer l'utilité sociale. On ne peut garantir que tous les « n » chercheurs participeront, car tout dépend des fonctions de gains de l'ensemble des chercheurs. Néanmoins, des versements supplémentaires provenant d'un planificateur central permettraient d'assurer la participation de tous les chercheurs. En outre, ce transfert peut être interprété comme une subvention favorisant la recherche.

Bref, après la mise en place d'un tel système, les jeunes chercheurs perdraient de l'utilité sans changer leur choix de participation, mais la société toute entière gagne par l'accroissement de la qualité de la recherche scientifique. Finalement, l'intérêt principal d'un tel système est évidemment d'augmenter le dynamisme des échanges afin d'accroître la qualité de la recherche scientifique. Notons que les chercheurs font les choix optimaux pour maximiser leur utilité et non la qualité de leurs publications. La qualité est un moyen et non une fin. Elle est ici enviable par les chercheurs seulement en raison de la compétition pour l'accès à l'espace de publication. Un système de transfert permet d'augmenter la qualité des publications scientifiques en incitant davantage la participation aux conférences tout en préservant les participants initiaux avant la mise en place du système.

SECTION IV. - CONCLUSION

Dans notre rapport de recherche, nous avons élaboré un modèle décrivant les incitations des chercheurs à participer à une conférence pour échanger leurs idées à propos de leurs travaux pas encore publiés. Le principal élément incitant un chercheur à participer à une conférence est qu'il augmentera son espérance d'utilité par l'amélioration de sa probabilité à publier. Or, la probabilité autonome à publier, la valeur marginale d'une publication, la probabilité à publier suite à la participation à une conférence, le risque de se faire voler des idées et le coût fixe de participer à la conférence sont autant de facteurs considérés dans le modèle. Nous avons posé des hypothèses les plus intuitivement logiques et d'autres en accord avec les papiers de Katz et Martin (1997) et de Melin (2000). Par exemple, la probabilité à publier P(t) est croissante avec le nombre de publications déjà publiées, l'échange avec un grand nombre de chercheurs augmente cette probabilité par des gains de créativité et de visibilité.

Nous avons posé les formes normales des jeux statiques à information complète en stratégies pures et mixtes. Nous démontrons les conditions nécessaires à l'existence d'un équilibre de Nash avec une forme telle que les chercheurs moins expérimentés participent aux conférences, confirmant les dires de Melin (2000). Il est également possible d'obtenir un équilibre de Nash où les chercheurs les plus expérimentés y participent, alors que les moins expérimentés n'y participent pas. Cette situation requiert d'inverser l'inégalité d'une hypothèse et modifie également la condition nécessaire. À partir d'une forme particulière de l'effet multiplicatif, nous avons fait un exemple numérique où les fonctions respectent certaines hypothèses nécessaires à la présence d'un équilibre de Nash unique avec un nombre positif de participants. Nous avons montré qu'il peut exister, sous certaines conditions, plusieurs équilibres de Nash autres que la participation d'aucun chercheur. Malheureusement, nous n'expliquons pas le mécanisme déterminant l'équilibre qui sera atteint. Les stratégies pures représentent un cas particulier d'un jeu plus général dans lequel les chercheurs ont le choix sur un ensemble continu d'action entre 0 et 1. En stratégies mixtes, nous démontrons qu'il peut exister un intervalle de chercheurs pour lesquels la stratégie mixte est décroissante. Dans ce cas, plus les chercheurs sont expérimentés, plus la probabilité de participer est faible (moins ils échangent d'idées lorsqu'ils participent à une conférence). Finalement, un système de transfert peut être un outil efficace pour augmenter la participation des chercheurs aux conférences et donc favoriser l'avancement de la science.

Pour terminer, indiquons quelques limites du modèle et des améliorations à apporter. D'abord, l'impératif de la publication est considéré comme le seul bénéfice à la participation aux conférences. Or, les chercheurs ont souvent d'autres fonctions et responsabilités que la recherche. Ils peuvent être à la foi professeur, consultant et gestionnaire. Cette simplification demeure une source potentielle pouvant discréditer les résultats théoriques par rapport aux réelles variables influençant leurs comportements. D'ailleurs, Hollis (2001) mentionne cette explication pour appuyer ses résultats montrant que les chercheurs n'optent pas pour des niveaux de production en coauteur qui maximise leur productivité. Néanmoins, le modèle peut aisément s'ajuster pour inclure d'autres éléments dans la fonction d'utilité. Ainsi, nous pourrions vérifier les impacts sur les résultats.

Puis, on pose que toutes les connaissances peuvent être facilement assimilées par tous les chercheurs. Cette extrême liquidité de la connaissance est une fois de plus une simplification. Les chercheurs n'ont pas tous les mêmes connaissances techniques et il existe une spécialisation dans les domaines de recherche. Or, l'incapacité à parfaitement comprendre les idées des autres chercheurs peut diminuer les risques de vol et donc faciliter le partage des connaissances. Néanmoins, cette difficulté peut également rendre plus difficile pour un chercheur d'obtenir des gains de créativité par l'échange lors d'une conférence. Finalement, s'il existe des voleurs d'idées, la dynamique du vol n'est pas explicitement modélisée. En effet, on tient compte des pertes par le vol avec un faible nombre de participants sans ajouter les gains potentiels aux voleurs d'idées. Pour être conséquent, le modèle devrait tenir compte de la possibilité qu'ont les chercheurs à voler des idées. Nous inclurions ainsi ce gain dans la fonction d'utilité en ajoutant également le choix de voler suite à la participation à la conférence. Généralement, la protection de la propriété intellectuelle demeure fondamentale pour favoriser l'échange d'information.

S’il est possible d’offrir des lieux et contextes d’échanges qui protègent les chercheurs contre le vol, alors ils seront plus incités à échanger.

Bref, il a été tout un défi de construire notre modèle. Nos résultats préliminaires pour le jeu dynamique à information complète et celui statique à information incomplète suggèrent de bonnes pistes de recherche. L’estimation économétrique serait d’une grande pertinence pour valider les hypothèses utilisées. Les données utiles seraient par exemple, la fréquence de participation aux conférences d’un échantillon de chercheurs, le nombre de participants aux conférences, le nombre de publications de chaque participant ainsi que les cachets reçus par certains et les coûts de participation pour chaque chercheur. Nous devrions estimer leur probabilité à publier individuellement ainsi que suite à leur participation à une conférence, sans oublier la fonction d’utilité liée aux bénéfices marginaux de la publication des papiers. Évidement, la difficulté serait d’identifier l’effet net de la participation à une conférence sur la probabilité à publier des chercheurs. Une estimation en panel serait la plus pertinente, car nous pourrions vérifier les effets dynamiques de la participation aux conférences sur la probabilité à publier. À ce niveau, des problèmes de sélections peuvent survenir. Le perfectionnement du modèle, la vérification théorique pour les jeux plus complexes et son estimation empirique seront donc de bons sujets de recherche dans le cadre d’une thèse de doctorat.

BIBLIOGRAPHIE

ALCALDE, José et Pablo Revilla, « Researching with whom? Stability and manipulation », Journals of Mathematical Economics, vol. 40(8), 2004, p. 869-887.

BECKMANN J., Martin, « On knowledge networks in science: collaboration among equals », The Annals of Regional Science, vol. 28, 1994, pages 233-242.

GIBBONS, Robert, *Game theory for applied economists*, Princeton University Press, United States, 1992, 267 pages.

HOLLIS, Aidan, « Co-authorship and the output of academic economists », Labour economics, vol. 8, 2001, pages 503-530.

KATZ J., Sylvan et Ben R. Martin, « What is research collaboration », Research policy, vol. 26, 1997, pages 1-18.

MELIN, Göran, « Pragmatism and self-organization: Research collaboration on the individual level », Research policy, vol. 29, 2000, pages 31-40.